**MATEMATIKA HÁZIVERSENY**

# 9. osztály

I. forduló

**Teljes pontszám csak az alaposan és érthetően indokolt megoldásokért jár.**
Minden feladat megoldását külön A5-ös méretű lapra írd! Akárhány feladat megoldását be lehet adni, de a pontversenybe csak **a négy legmagasabb pontszámot elért feladat** fog beszámítani.
Az Árpád Napokon megrendezésre kerülő **II. fordulóban** azok indulhatnak majd, akik ebben a fordulóban eredményesen szerepeltek.

Beadási határidő: 2017. február 10. (péntek)

**1.** Felírtunk a táblára egy számot. Két játékos felváltva a táblán lévő szám valamelyik 0-tól különböző számjegyét kiválasztja, és ezt levonja a számból. A régi számot letörli, és a különbséget írja a régi szám helyébe. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája és miben áll ez, ha kezdetben 2017 volt a táblán, és az a játékos nyer, aki különbségként nullát kap?

(5 pont)

**2.** Egy körben két párhuzamos húr hossza: $x$ és ezek távolsága is $x$. Mennyi $x$ értéke, ha a két húr által közrezárt terület pontosan $2+\pi$ ? (5 pont)

**3.** Mekkora a területe a koordinátasíkon annak az alakzatnak, amit az alábbi egyenlőtlenség határoz meg:

$$|x|+|y|+|x+y| \leq 1 \text{ ?}$$ (6 pont)

**4.** Egy kartonból kivágott szabályos háromszöget papírlapra fektetve körülrajzolunk. A középpontja körül elforgatjuk 1°-kal, majd ugyanebben az irányban továbbforgatjuk 3°-kal, 9°-kal, … $3^{2016}$ fokkal, $3^{2017}$ fokkal, és minden forgatás után körül rajzoljuk. (A forgatás szöge mindig háromszorosa az előzőnek.) Hány szabályos háromszög lesz a papíron? Készíts ábrát GeoGebrával! (6 pont)

**5.**

**a)** Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számkártyákat megkeverve a következő sorrend áll elő: 3, 4, 7, 8, 6, 5, 1, 2. Alkalmazd ugyanezt a keverést többször, amíg az eredeti sorrend elő nem áll! Írd le a keverések eredmény az egyes lépésekben!

**b)** Egy 52 lapból álló kártyacsomagot tetszőlegesen megkeverünk. Ugyanezt a keverést alkalmazzuk többször. Bizonyítsd be, hogy elegendően sok keverés után biztosan előáll megint az eredeti sorrend! (8 pont)

**6.** Igazoljuk, hogy ha x pozitív valós szám, akkor fennáll a következő egyenlőség:

$$\left|\left|\frac{x-1}{x}\right|+\frac{x+1}{x}\right|+\left|\frac{x-1}{x}\right|+\frac{x+1}{x}=4\cdot\max\left(\frac{1}{x};1\right)$$

ahol *max (a;b)* az *a* és *b* valós számok közül a nem kisebbet jelöli! (8 pont)

**7.**

**a)** Mi lesz a $(1+2)(1+2^2)(1+2^4)$ szám alakja a kettes számrendszerben?

**b)** Mennyit ér a tízes számrendszerben a nála 1-gyel nagyobb szám?

**c)** Mivel egyenlő $2^{128}-(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)(1+2^{16})(1+2^{32})(1+2^{64})=?$ (8 pont)

**Budapest, 2017. január 16.** *Jó munkát!*