

Teljes pontszám csak az alaposan és érthetően indokolt megoldásokért jár. Természetesen a megoldás megsejtéséhez használható segédeszköz (például: papírhajtogatás, matematikai szoftver), sőt egyes esetekben kifejezetten ajánlott ezek használata, de a bizonyítást Tőled várjuk ☺.

Minden feladat megoldását külön lapra írd! Akárhány feladat megoldását be lehet adni, de a pontversenybe csak a négy legmagasabb pontszámot elért feladat fog beszámítani. Az Árpád Napokon megrendezésre kerülő III. fordulóban azok indulhatnak majd, akik az első vagy a második fordulóban eredményesen szerepeltek. **Beadási határidő:** 2019. február 21.

I. Melyik a 130 000-nek az a legnagyobb osztója, amelyik nem tartalmazza sem az 5-ös, sem a 0-s számjegyet? (4 pont)

II. Legyen a és b két ötjegyű palindrom szám úgy, hogy $a < b$ és az $]a; b[$ intervallumon nincs palindrom szám. Mik $b-a$ lehetséges értékei? (6 pont)

III. Valamilyen p, q, r különböző prímekre teljesül a következő egyenlet:

$$2pqr + 50pq = 7pqr + 55pr = 8pqr + 12qr = X$$

Mennyi X értéke? (7 pont)

IV. Melyik az a legkisebb pozitív egész n , amelyre $\sqrt{100 - \sqrt{n}} + \sqrt{100 + \sqrt{n}}$ egész szám? (8 pont)

V. Valamilyen c valós számra az $f(x) = |x-20| + |x+19|$ és a $g(x) = x+c$ hozzárendelési szabállyal megadott függvények grafikonjának pontosan egy metszéspontja van. Adjuk meg c értékét! (5 pont)

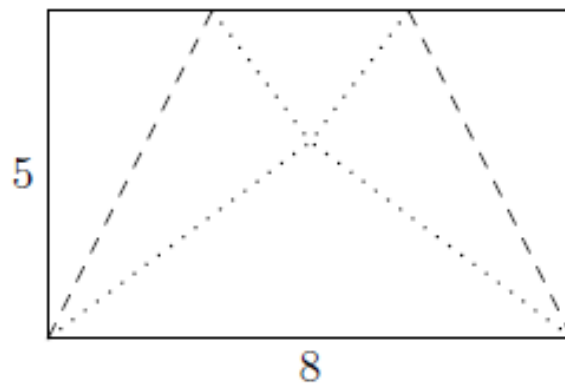
VI. Az xy -koordinátasíkon az $|x| + |y| + |x+y| \leq 1$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza meghatároz egy síkidomot. Mennyi ennek az alakzatnak a területe? (6 pont)

VII. Egy 2×3 -as négyzetrács minden mezőjébe a 0, 1, 2 számok valamelyikét írjuk. Hány olyan kitöltés van, amiben teljesül, hogy minden sorban, valamint minden oszlopban a beírt számok összege 3-nak egész számú többszöröse? (4 pont)

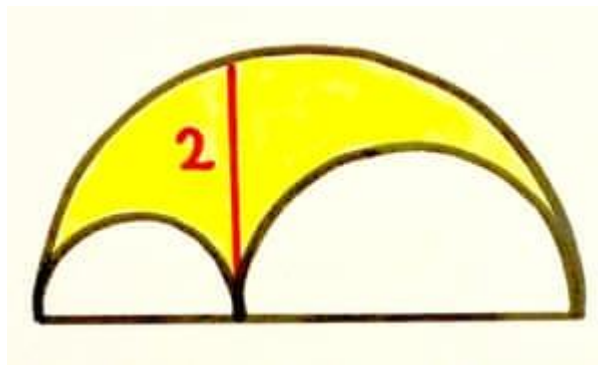
VIII. Egy 4×4 -es négyzetrács mind a 16 celláját a piros, kék, zöld színek valamelyikével színezzük. Hányféle négyzetrács-színezés lehetséges, ha minden cella színe pontosan két

szomszédjának színével kell, hogy megegyezzen? A négyzetrács valamely két celláját akkor nevezünk szomszédosnak, ha van közös oldaluk. (8 pont)

IX. Egy téglalap alakú papírlapot, melynek oldalai 5 cm és 8 cm hosszúak az alábbi ábrán látható módon hajtogatunk: a hajtásvonalak a szaggatott vonalak, a hajtogatás után az egyes szakaszok képei a pöttyözött szakaszok. Mekkora a keletkező trapéz területe? (4 pont)



X. Mennyi a sátrózott rész területe, ha a berajzolt 2 hosszúságú szakasz merőleges a három félkör közös alapjára? (6 pont)



XI. Az $ABCD$ téglalap CD oldalának egy belső pontja E . Hogyan aránylik a téglalap területéhez annak a háromszögnek a területe, amelyet az ABE , BCE és ADE háromszögek súlypontjai határoznak meg? (7 pont)

XII. Egy kocka felszínének és térfogatának (ebben a sorrendben vett) különbsége megegyezik a kocka élhosszának ötszörösével (a mennyiségek mérőszámait vesszük csak figyelembe, mértékegységeiket nem). Mekkora lehet a kocka élhossza? (4 pont)

XIII. Egy gömbbe egy 2cm élhosszúságú kocka írható. Ebbe a gömbbe egy másik kockát is elhelyezünk, amelynek lapjai párhuzamosak az előbbiével és amely a gömb és az előbbi kocka egy lapja közötti térrészbe van beírva. Mekkora a kisebb kocka élhossza? (5 pont)