

MATEMATIKA HÁZI VERSENY - II. FORDULÓ

Beadási határidő: 2020. február 10.

9-10. évfolyam

Teljes pontszám csak az alaposan és érthetően indokolt megoldásokért jár. Minden feladat megoldását külön A5-ös méretű lapra írd! Akárhány feladat megoldását be lehet adni, de a pontversenybe csak a **négy legmagasabb pontszámot elért feladat fog beszámítani.** Az Árpád Napokon megrendezésre kerülő III. fordulóban azok indulhatnak majd, akik az első vagy második fordulóban eredményesen szerepeltek.

I. Törték

1. Add meg a pontos értékét!

$$\frac{1}{\sqrt{2020}} - \frac{1}{\sqrt{2020} \cdot (1 + \sqrt{2020})} - \frac{1}{1 + \sqrt{2020}} = ?$$

(3 pont)

2. Add meg n értékét!

$$1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} = \frac{2020}{1011}$$

(5 pont)

3. Nézd meg az egyszerűsítést! Ügyes ☺. Keres további törtet, melyeket így is lehet egyszerűsíteni. Add meg az összes olyan lehetőséget, ahol a számláló és nevező is kétjegyű!

$$\frac{19}{95} = \frac{1\cancel{9}}{\cancel{9}5} = \frac{1}{5}$$

így is lehet egyszerűsíteni. Add meg az összes olyan lehetőséget, ahol a számláló és nevező is kétjegyű!

(5 pont)

4. Bizonyítsd be, hogy ha $a; b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ és $a + b \neq 0$, akkor

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a+b}\right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{(a+b)^2}$$

(6 pont)

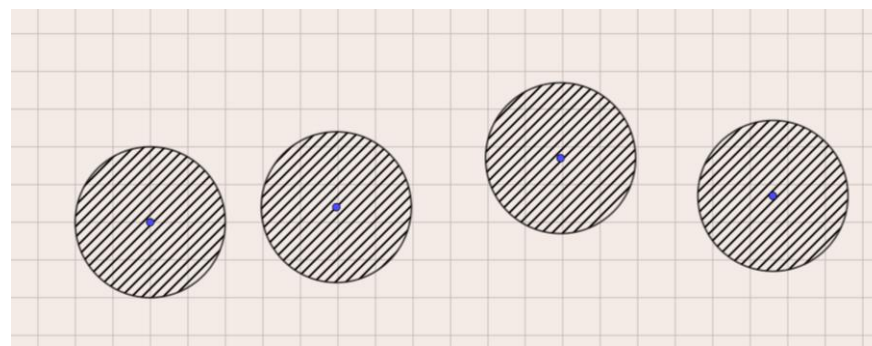
5. Bizonyítandó, hogyha x, y és z páronként különböző racionális számok, akkor

$$\sqrt{\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}} \in \mathbb{Q}!$$

(6 pont)

II. Játék

1. Egy rajzlapból így vágunk ki egy téglalapot, melyen négy egyforma sugarú kört láttunk és végül ezeket is kivágjuk. Így használtuk sablonként egy rajzunkhoz.



Amikor már nem tudjuk a kivágott mintát használni, két egyenessel áthúzzuk a rajzpapírt. Sőt aztán kitaláljuk, hogy ezek mentén szét is vágjuk. Hány részre eshet szét a sablon? Vizsgáld meg, hány eset lehetséges?

(5 pont)

2. Számpiramist rajzoltunk:

			2			
		2	4	2		
	2	4	6	4	2	
2	4	6	10	6	4	2

Ha 2020 sort felírnánk, hányszor szerepelne benne a 2020-as szám?

(5 pont)