Eredményesség és számológép-használat az érettségi vizsgán

Csapodi Csaba
ELTE TTK, Budapest
Koncz Levente
Óbudai Árpád Gimnázium, Budapest

Rátz László Vándorgyűlés

2016. július 6.

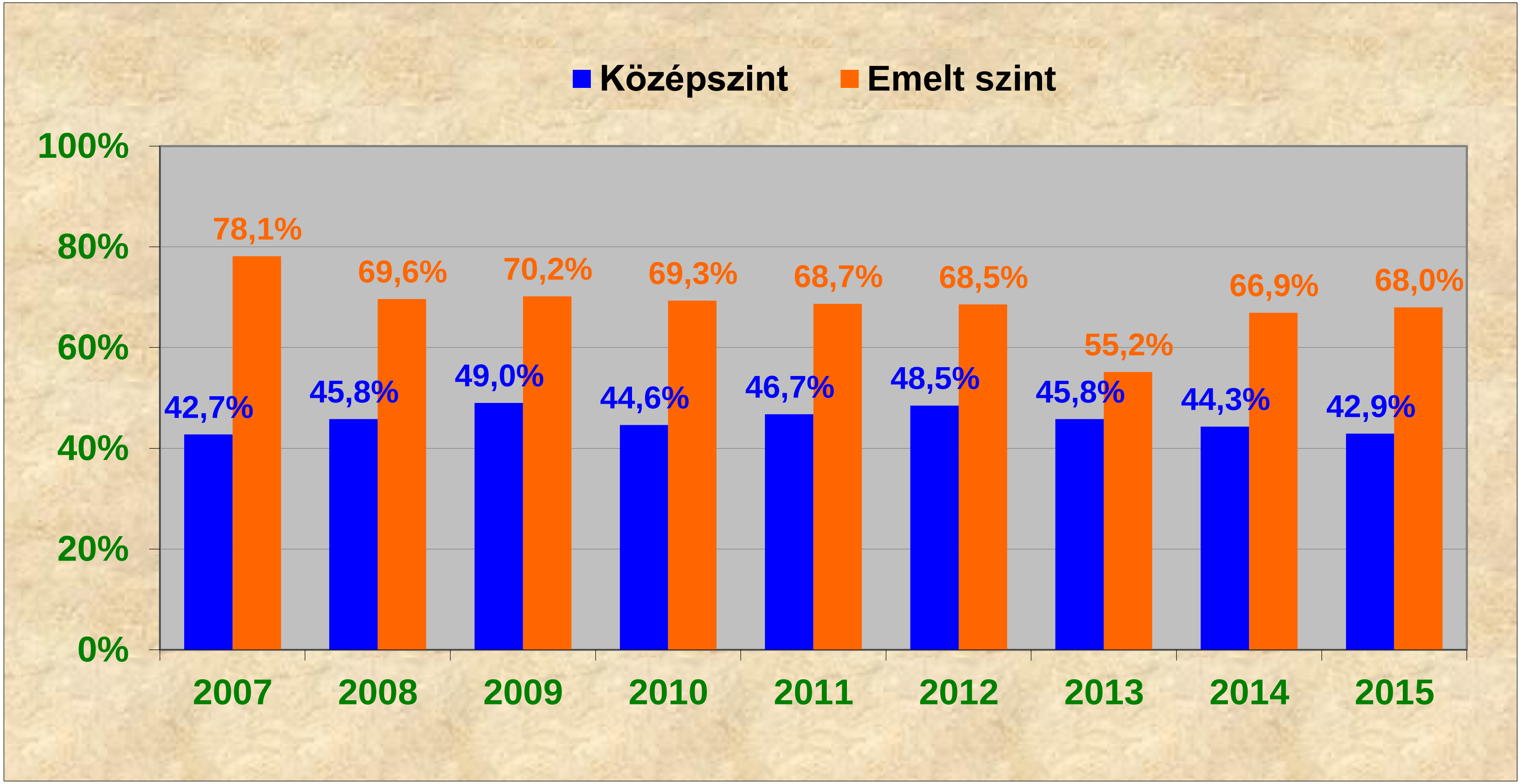
Amiről szó lesz

1. A matematika írásbeli érettségi vizsga feladatainak eredményessége az önkéntes adatszolgáltatás alapján (2012-2015)
2. Ugyanez 2016-ban, játékkal összekötve!
3. A számológép használatának szabályozása az érettségi vizsgán – vita egy javaslatról

A matematika írásbeli érettségi vizsga feladatainak eredményessége az önkéntes adatszolgáltatás alapján (2012-2015)

- Az írásbeli vizsgákról kevés adat áll rendelkezésre: vizsgázónként csak az I. illetve II. vizsgarész összesített pontszámát rögzítik a szoftverben.
- Nehéz az egyes témakörök, feladattípusok nehézségi szintjének és beválásának megállapítása.
- Nincs lehetőség a feladatsorok előzetes bemérésére, kipróbálására.
- Ennek ellenére az egyes években megírt feladatsorok összesített eredményessége mindkét szinten csekély ingadozást mutat.

Közép és emelt szintű írásbeli vizsgák átlageredménye (2007-2015)



A kutatás módszertana és legfontosabb adatai

	Év	Önkéntes adatszolgáltatás		Összes vizsgázó	
		létszám	átlag	létszám	átlag
KÖZÉP	2012	31 092 (38,3%)	49,4%	81 132	48,5%
	2013	25 899 (34,2%)	47,1%	75 740	45,8%
	2014	27 263 (36,4%)	46,1%	74 876	44,3%
	2015	24 209 (33,6%)	44,6%	72 025	42,9%

	Év	Önkéntes adatszolgáltatás		Összes vizsgázó	
		létszám	átlag	létszám	átlag
EMELT	2012	818 (22,6%)	74,1%	3625	68,5%
	2013	1046 (25,7%)	61,9%	4070	55,2%
	2014	1062 (28,2%)	73,1%	3761	66,9%
	2015	920 (25,7%)	73,0%	3573	68,0%

Középszint I. rész

Témakör	Feladatok száma 2012-2015	Átlagos eredményesség
Gondolkodási módszerek	10	68%
Algebra	12	66%
Függvények, sorozatok	9	56%
Geometria	9	48%
Statisztika, valószínűségszámítás	8	66%

Középszint I. rész

- Magas megoldottság (80% felett): halmaz, gráf egyszerű százalékszámítás.
- Jó megoldottság (65-80% között): statisztika, egyszerű valószínűségszámítás, függvények hozzárendelési utasításának leolvasására grafikon alapján.
- Alacsony megoldottság (40% alatt): koordináta-geometria, térgeometria, vektorok. (A legalacsonyabb, 32%-os megoldottságot a 2012/2. feladatnál tapasztaltuk.)
- A vizsgált 48 feladatból 35 nem kért indoklást a vizsgázótól, ezek átlagos megoldottsága 65%. Az indoklást igénylő feladatok átlaga 54% lett.

Középszint II.A rész

- Nagyon hasonlít egyes feladattípusok megoldottsága a különböző években.
Így például a sorozatok témakörébe tartozó feladatok megoldottsága mindig 41-44%-os lett.
- A koordinátageometria feladatok alacsony (36-37%) megoldottsága ebben a részben is megfigyelhető.
- A leggyengébben (és szintén stabilan) a síkgeometriai számításokkal boldogultak a vizsgázók, ezek átlagos megoldottsága 30% körüli.

Középszint II.A rész

- Azokban az években, amikor ebben a vizsgarészben szerepelt szöveges, modellalkotást igénylő feladat (2012, 2013 és 2015), azt mindig a legmagasabb megoldottsággal teljesítették a vizsgázók.
- Megvizsgáltuk az egyes feladatok szövegének karakterszáma és a feladat eredményessége közötti korrelációt: 0,76.

Középszint II.B rész

- Itt is megállapítható, hogy az I. és V. témakörbe tartozó feladatokat szívesen választják a diákok, és eredményesen is oldják meg ezeket.
- A vizsgált időszak legeredményesebb feladata volt a 2012/16-os példa a) része, amellyel 8 pontot lehetett elérni, és ezt a vizsgázók 97%-a kimagasló eredményességgel, 95%-osan megoldotta.

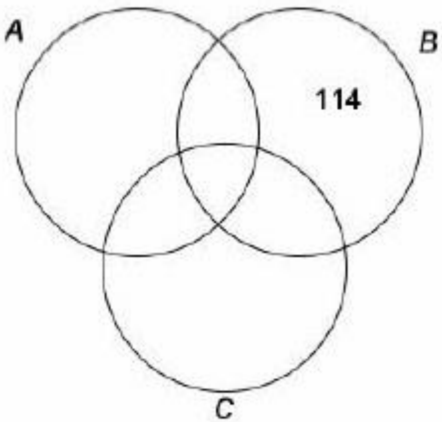
Középszint II.B rész

16. Tekintsük a következő halmazokat:

A = {a 100-nál nem nagyobb pozitív egész számok};
B = {a 300-nál nem nagyobb 3-mal osztható pozitív egész számok};
C = {a 400-nál nem nagyobb 4-gyel osztható pozitív egész számok}.

a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába!

	A halmaz	*B* halmaz	*C* halmaz
114	*nem eleme*	*eleme*	*nem eleme*
52			
78			
124			
216			



Középszint II.B rész

- A szöveges feladatok vizsgálata csak 2013-ban mutat érdekes eredményt: ebben az évben sokan választották ezt (2013/16. feladat), és a másik két feladatnál sokkal jobban sikerült az ilyen típusú példa megoldása.

Középszint II.B rész

16. Egy iskola asztalitenisz bajnokságán hat tanuló vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet.

a) Rajzolja le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját!

b) Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta? (**Igen** válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot; **nem** válasz esetén válaszát részletesen indokolja!)

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a hat játékos közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, ők eddig még nem játszották le az egymás elleni mérkőzésüket!

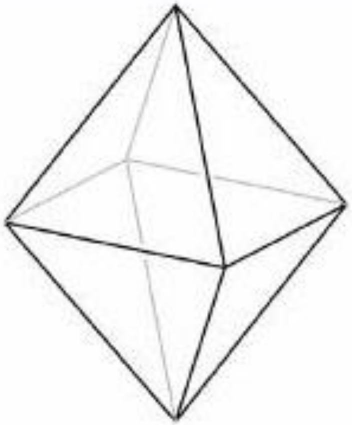
17. **a)** Oldja meg a valós számok halmazán az $\frac{x+2}{3-x} \geq 0$ egyenlőtlenséget!

b) Adja meg az x négy tizedesjegyre kerekített értékét, ha $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$.

c) Oldja meg a $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ egyenletet a $[-\pi; \pi]$ alaphalmazon!

Középszint II.B rész

18. Tekintsünk két egybevágó, szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúlát, melyek alapélei 2 cm hosszúak, oldalélei pedig 3 cm-esek. A két gúlát alaplapjuknál fogva összeragasztjuk (az alaplapok teljesen fedik egymást), így az ábrán látható testet kapjuk.



a) Számítsa ki ennek a testnek a felszínét (cm^2-ben) és a térfogatát (cm^3-ben)! Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A test lapjait 1-től 8-ig megszámozzuk, így egy „dobó-oktaédert” kapunk, amely minden oldallapjára egyforma valószínűséggel esik. Egy ilyen test esetében is van egy felső lap, az ezen lévő számot tekintjük a dobás kimenetelének. (Az ábrán látható „dobó-oktaéderrel” 8-ast dobtunk.)

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy ezzel a „dobó-oktaéderrel” egymás után négyszer dobva, legalább három esetben 5-nél nagyobb számot dobunk!

Középszint II.B rész

- A szöveges feladatok vizsgálata csak 2013-ban mutat érdekes eredményt: ebben az évben sokan választották ezt (2013/16. feladat), és a másik két feladatnál sokkal jobban sikerült az ilyen típusú példa megoldása.

	Eredményesség	Kihagyta
16	55%	15%
17	40%	56%
18	33%	29%

Emelt szint I. rész

- Az elemzésben szereplő 16-ból 12 feladatnak a megoldottsága 75 és 88% közé esik, vagyis az emelt szinten vizsgázók témakörtől függetlenül egyenletesen és jól teljesítettek.
- Az első feladatok jól szerepeltek, mint „ráhangoló” feladatok: 2012-ben, 2013-ban és 2014-ben is ezeknek lett a legmagasabb a megoldottsága.

Emelt szint I. rész

1. Egy 2011-ben készült statisztikai összehasonlításban az alábbiakat olvashattuk:
„Ha New York-ban az átlagfizetést és az átlagos árszínvonalat egyaránt 100%-nak vesszük, akkor Budapesten az átlagfizetés 23,6%, az átlagos árszínvonal pedig 70,9%. (Az árszínvonal számításához 122 áru és szolgáltatás árát hasonlították össze.)” [1]
Feltételezve, hogy az idézet megállapításai igazak, válaszoljon az alábbi kérdésekre!

a) Ha Budapesten a havi átlagfizetés 150 ezer forint, akkor hány dollár ($) a havi átlagfizetés New York-ban, 190 forint/dollár (Ft/$) árfolyammal számolva? Válaszát egész dollárra kerekítve adja meg!

b) Ha a New York-i havi átlagfizetésből egy bizonyos termékből 100 kg-ot vásárolhatunk New York-ban, akkor körülbelül hány kg-ot vásárolhatunk ugyanebből a termékből a budapesti havi átlagfizetésből Budapesten? (Feltehetjük, hogy a szóban forgó termék budapesti egységára 70,9%-a a termék New York-i egységárának.)

2012: 92%

Emelt szint I. rész

1. Jelölje A az $\dfrac{x+4}{x-3} \leq 0$ egyenlőtlenség **egész** megoldásainak a halmazát, B pedig az $|x+3| < 4$ egyenlőtlenség **egész** megoldásainak a halmazát.
Elemei felsorolásával adja meg az $A \cap B$, az $A \setminus B$ és az $A \cup B$ halmazt!

2013: 84%

1. **a)** Egy téglalapot 720 darab egybevágó kis téglalapra daraboltunk szét. A kis téglalapok oldalai közül az egyik 1 cm-rel hosszabb, mint a másik. Hány cm hosszúak egy-egy kis téglalap oldalai, ha a nagy téglalap területe 2025 cm^2?

b) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből összesen 720 olyan hatjegyű szám képezhető, melynek számjegyei között nincsenek egyenlők.
Ezek között hány 12-vel osztható van?

2014: 88%

Emelt szint I. rész

1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a) $\sin x - \cos^2 x = -1$

b) $\left| x - |x| \right| = 2x + 1$

2015: 79%

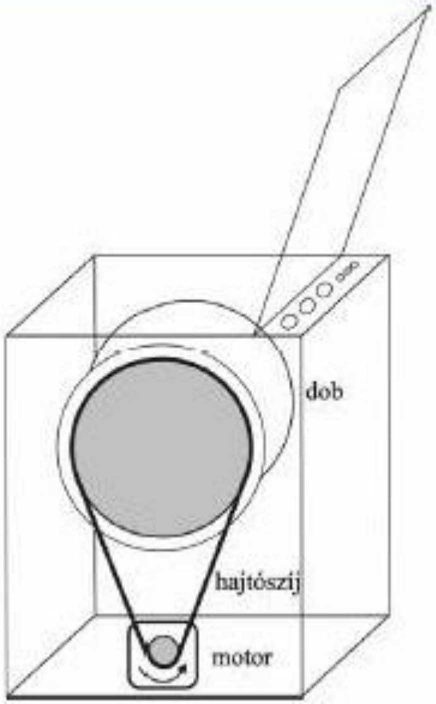
(a többi feladat az I. részben 86%, 79% és 80%)

Emelt szint I. rész

- A szöveges feladatok megoldottsága – a 2013-as évtől eltekintve – általában magas.
- Ami a témakörönkénti eredményességet illeti: minden témakör esetében találunk jobb és rosszabb megoldottságú feladatot egyaránt.
- A legalacsonyabb megoldottságú feladatok: 2013/2., 2013/4. és 2013/3.

Emelt szint I. rész

2. Az ábrán egy mosógép vázlatos rajza látható. A kisebb, 1 cm sugarú kerék a motor tengelyéhez kapcsolódik, és egy hajtószíj segítségével forgatja meg a mosógép dobjához rögzített, 20 cm sugarú kereket, amitől a dob és benne a ruhák forognak mosás közben. A két kerék tengelye párhuzamos, a tengelyek távolsága 46 cm. (A hajtószíj a tengelyekre merőleges síkban van.) Milyen hosszú a feszes hajtószíj?



51%

Emelt szint I. rész

4. **a)** Egy bank olyan hitelkonstrukciót ajánl, amelyben napi kamatlábat számolnak úgy, hogy az adott hitelre megállapított éves kamatlábat 365-tel elosztják. Egy adott évben a hitelfelvételt követően minden napra kiszámolják a napi kamat értékét, majd ezeket december 31-én összeadják és csak ekkor tőkésítik (azaz a felvett hitel értékéhez adják).
Ez a bank egy adott évben évi 8%-os kamatlábat állapított meg. Éva abban az évben a március 1-jén felvett 40 000 Ft után október 1-jén újabb 40 000 Ft hitelt vett fel. A két kölcsön felvétele után mennyi kamatot tőkésít a bank december 31-én? (A hitelfelvétel napján és az év utolsó napján is számítanak napi kamatot.)

b) Ádám is vett fel hiteleket ettől a banktól évi 8%-os kamatos kamatra. Az egyik év január 1-jén éppen 1 000 000 Ft tartozása volt. Több hitelt nem vett fel, és attól kezdve 10 éven keresztül minden év végén befizette az azonos összegű törlesztőrészletet. (A törlesztőrészlet összegét a bank már az éves kamattal megnövelt tartozásból vonja le.)
Mekkora volt ez a törlesztőrészlet, ha Ádám a 10 befizetés után teljesen visszafizette a felvett hitelt? Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

55%

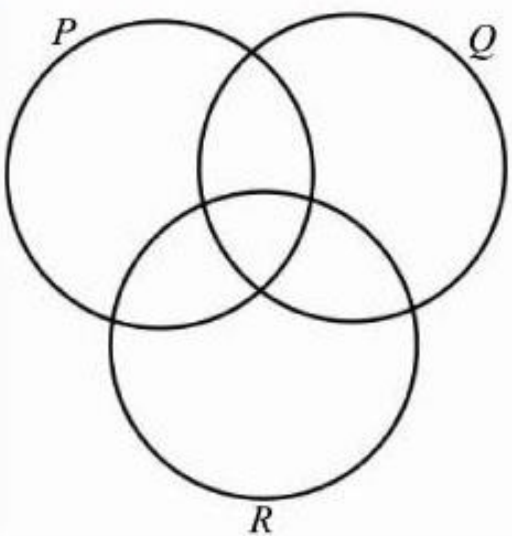
Emelt szint I. rész

3. Tekintsük a következő, **egyszerű** gráfokra vonatkozó állítást:
Ha a gráf minden pontjának fokszáma legalább 2, akkor a gráf biztosan összefüggő.

a) Döntse el, hogy igaz vagy hamis az állítás! Válaszát indokolja!

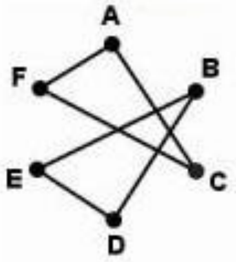
b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását! Döntse el, hogy igaz vagy hamis az állítás megfordítása! Válaszát indokolja!

Tekintsük a következő halmazokat:
P = {összefüggő gráfok}, Q = {egyszerű gráfok}, R = {kört tartalmazó gráfok}.

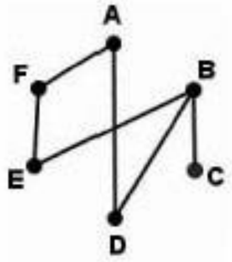


Emelt szint I. rész

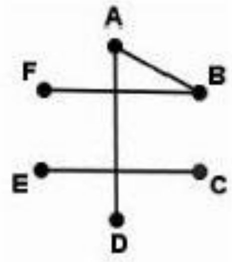
c) Helyezze el az alábbi gráfok ábrájának sorszámát a fenti halmazábrában a megfelelő helyre!



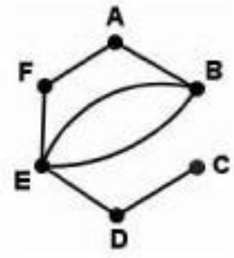
1. ábra



2. ábra

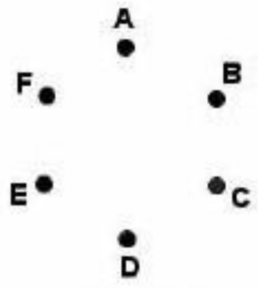


3. ábra



4. ábra

d) Rajzoljon egy 6 pontú fagráfot az 5. ábrára, és helyezze el ennek a sorszámát is a fenti halmazábrában a megfelelő helyre!



5. ábra

66%

Emelt szint II. rész

- A vizsgálatban szereplő 20 feladatból 18 eredményessége 54 és 74% közé esik.
- A legalacsonyabb megoldottságú feladat: 2014/8. feladat.

8. Egy $ABCD$ négyzet A csúcsa a koordinátarendszer y tengelyére, szomszédos B csúcsa pedig a koordinátarendszer x tengelyére illeszkedik.

a) Bizonyítsa be, hogy a négyzet K középpontjának koordinátái vagy egyenlők, vagy egymás ellentettjei!

b) Egy ilyen négyzet középpontja a (7; 7) pont. A négyzet oldala 10 egység hosszú. Számítsa ki a négyzet koordinátatengelyekre illeszkedő két csúcsának koordinátáit!

45%

Emelt szint II. rész

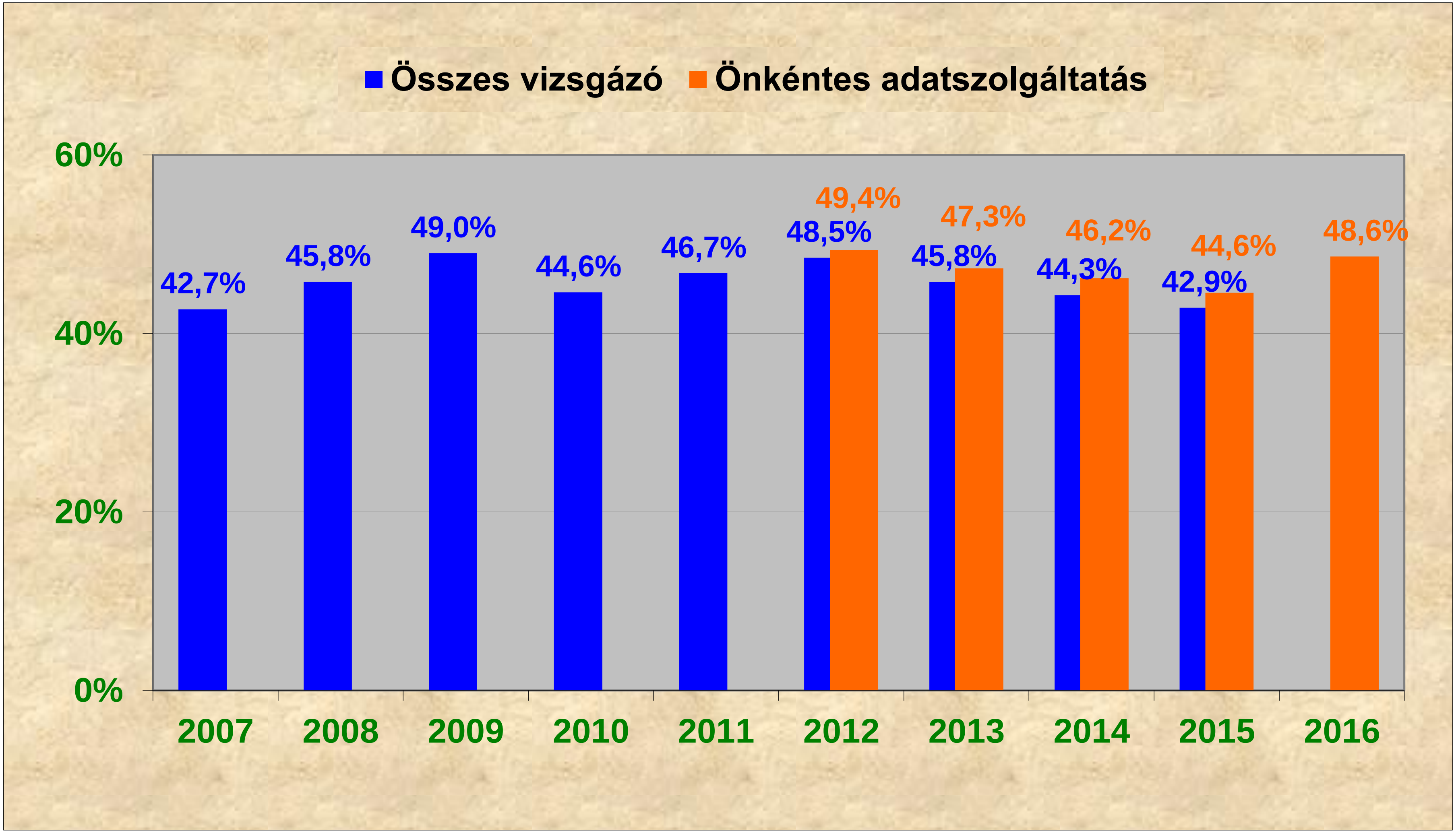
- A koordinátageometriai és geometriai témakörbe tartozó feladatok kihagyási aránya minden évben a legmagasabbak közt van.
- A szöveges feladatok megoldottsága (átlagosan 65%) és a tisztán matematikai példáké (64%) közel azonos, továbbá megállapítható, hogy a vizsgázók szívesen választják (kisebb arányban hagyják ki) a szöveges feladatokat.
- A témakörönként vizsgált eredményességről: sem egyértelműen jól, sem általánosan rosszul szereplő témakört nem találtunk. Talán egyedül a koordinátageometria témájú feladatok megoldottsága mutat egységesen alacsony megoldottságot.

2016-os eredmények – középszint

- Június 28-ig (a megadott határidőig) a magyar nyelven vizsgázók közül középszinten 69 351 vizsgázóból 19 066-nak (27,5%) küldték meg a részletes eredményét az Oktatási Hivatalnak.

	Év	Önkéntes adatszolgáltatás		Összes vizsgázó	
K		létszám	átlag	létszám	átlag
Ö	2012	31 092 (38,3%)	49,4%	81 132	48,5%
Z	2013	25 899 (34,2%)	47,1%	75 740	45,8%
É	2014	27 263 (36,4%)	46,1%	74 876	44,3%
P	2015	24 209 (33,6%)	44,6%	72 025	42,9%
	2016	19 066 (27,5%)	48,6%	69 351	???

2016-os eredmények – középszint



2016-os eredmények – középszint

1. Tekintsük a következő két halmazt: $G = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ és $H = \{1; 2; 4; 8; 16\}$. Elemeik felsorolásával adja meg a $G \cap H$ és a $H \setminus G$ halmazokat!

92% 0 pont: 1,6%

2. Ha 1 kg szalámi ára 2800 Ft, akkor hány forintba kerül 35 dkg szalámi?

87%

3. Oldja meg az alábbi egyenletet a nemnegatív valós számok halmazán!

$$\sqrt{x} = 4^3$$

69%

4. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelynek minden számjegye különböző?

42%

2016-os eredmények – középszint

5. Egy hatfős társaságban mindenkit megkérdeztek, hány ismerőse van a többiek között (az ismeretségek kölcsönösek). Az első öt megkérdezett személy válasza: 5, 4, 3, 2, 1.
a) Ábrázolja gráffal a hatfős társaság ismeretségi viszonyait!
b) Hány ismerőse van a hatodik személynek a társaságban?

91%

3 pont: 87,4%

6. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!
Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

$$2^x = 10$$

45%

2016-os eredmények – középszint

7. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

A: Ha egy szám osztható 6-tal és 8-cal, akkor osztható 48-cal is.
B: Ha egy pozitív egész szám minden számjegye osztható 3-mal, akkor a szám is osztható 3-mal.
C: A 48 és a 120 legnagyobb közös osztója a 12.

67%

8. Egy számtani sorozat negyedik tagja 7, ötödik tagja –5.
Határozza meg a sorozat első tagját! Megoldását részletezze!

81%

2016-os eredmények – középszint

9. Egy fiókban néhány sapka van. Tekintsük a következő állítást:
„A fiókban minden sapka fekete."
Válassza ki az alábbiak közül az összes állítást, amely tagadása a fentinek!

A: A fiókban minden sapka fehér.
B: A fiókban nincs fekete sapka.
C: A fiókban van olyan sapka, amely nem fekete.
D: A fiókban nem minden sapka fekete.

62%

10. Ábrázolja a [–3; 6] intervallumon értelmezett $x \mapsto |x-2|-3$ függvényt!

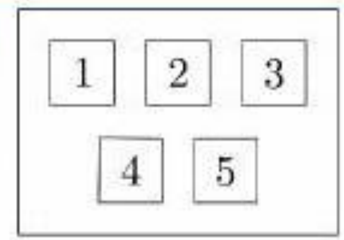
70%

2016-os eredmények – középszint

11. Oldja meg a $\sin x = 1$ egyenletet a valós számok halmazán!

27% 2 pont: 17,5%; 1 pont: 18%; 0 pont: 64,5%

12. Az osztály lottót szervez, melyben az 1, 2, 3, 4, 5 számok közül húznak ki hármat. Tamás a 2, 3, 5 számokat jelöli be a szelvényen. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Tamásnak telitalálata lesz! Számítását részletezze!



43%

2016-os eredmények – középszint

13. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

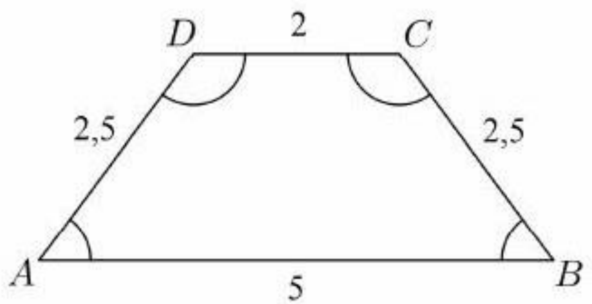
$$7-2\cdot(x+5)=\frac{x+6}{4}+\frac{x+2}{2}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2-x-2\le 0$$

50%

14. Az $ABCD$ húrtrapéz oldalainak hossza:
$AB = 5$ cm, $BC = 2{,}5$ cm, $CD = 2$ cm és $DA = 2{,}5$ cm.



a) Számítsa ki a trapéz szögeit!

b) Határozza meg az ABC és ACD háromszögek területének arányát!

c) A trapéz belső szögeit egy-egy 5 mm sugarú körívvel jelöltük.
Számítsa ki a négy körív hosszának összegét!

52%

2016-os eredmények – középszint

15. A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 5000 Ft-tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 2%-kal emelnek négy éven át.

a) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál?

A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

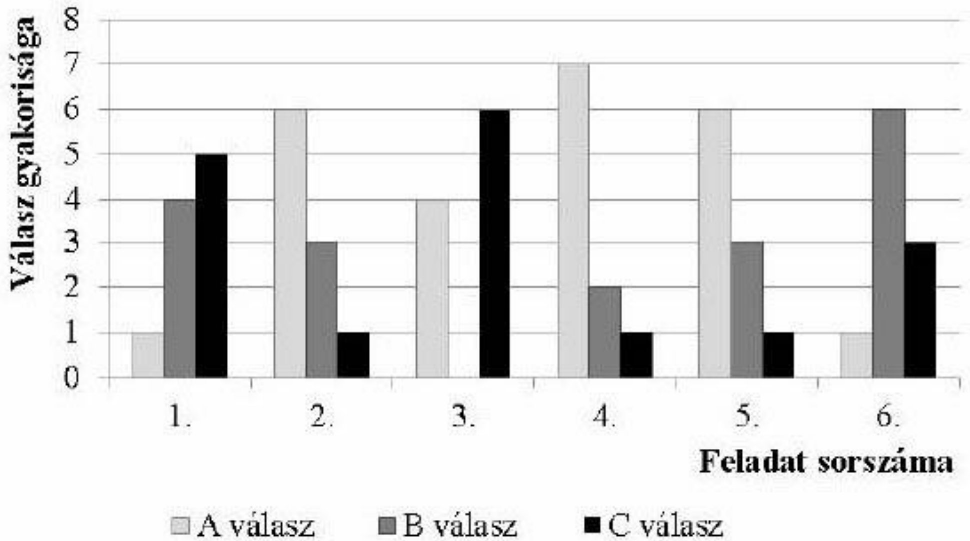
b) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott!

36%

Max pontos a II.A-ban: 11,4%

2016-os eredmények – középszint

16. Egy hatkérdéses tesztben minden kérdésnél a megadott három lehetőség (A, B és C) közül kellett kiválasztani a helyes választ. A tesztet tíz diák írta meg. Az alábbi diagram az egyes feladatokra adott válaszok eloszlását mutatja.



A teszt értékelésekor minden helyes válaszra 1 pont, helytelen válaszra pedig 0 pont jár. Tudjuk, hogy a tíz diák összesen 35 pontot szerzett.

a) Határozza meg az összes jó és az összes rossz válasz számát, és készítsen ezekről kördiagramot!

b) Igaz-e, hogy minden kérdésre az a jó válasz, amit a legtöbben jelöltek be? Válaszát indokolja!

2016-os eredmények – középszint

Éva, János és Nóra is megírták ezt a tesztet. Egyetlen olyan kérdés volt, amelyre mind-hárman jól válaszoltak. Három olyan kérdés volt, amit Éva és János is jól válaszolt meg, kettő olyan, amire János és Nóra is, és egy olyan, amire Nóra és Éva is jó választ adott. Két olyan kérdés volt, amelyet csak egyvalaki oldott meg helyesen hármuk közül.

c) Hány pontot szereztek ők hárman összesen ezen a teszten?

Az egyik diák nem készült fel a tesztre, válaszait tippelve, véletlenszerűen adja meg.

d) Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy jó válasza a tesztben?

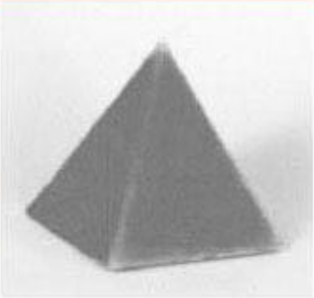
17. **a)** Az ABC háromszög két csúcsa $A(-3; -1)$ és $B(3; 7)$, súlypontja az origó. Határozza meg a C csúcs koordinátáit!

b) Írja fel a hozzárendelési utasítását annak a lineáris függvénynek, mely –3-hoz –1-et és 3-hoz 7-et rendel! (A hozzárendelési utasítást $x \mapsto ax + b$ alakban adja meg!)

c) Adott az $A(-3; -1)$ és a $B(3; 7)$ pont. Számítsa ki, hogy az x tengely melyik pontjából látható derékszögben az AB szakasz!

2016-os eredmények – középszint

18. Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhassa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)



a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből?

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnel, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni?
(Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot" használ. Mindegyik fajta „varázskanóc" fehér színű, de meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég. Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg!

2016-os eredmények – középszint

Éva, János és Nóra is megírták ezt a tesztet. Egyetlen olyan kérdés volt, amelyre mindhárman jól válaszoltak. Három olyan kérdés volt, amit Éva és János is jól válaszolt meg, kettő olyan, amire János és Nóra is, és egy olyan, amire Nóra és Éva is jó választ adott. Két olyan kérdés volt, amelyet csak egyvalaki oldott meg helyesen hármuk közül.

c) Hány pontot szereztek ők hárman összesen ezen a teszten?

Az egyik diák nem készült fel a tesztre, válaszait tippelve, véletlenszerűen adja meg.

d) Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy jó válasza a tesztben?

43%

kihagy:

16%

17. **a)** Az ABC háromszög két csúcsa $A(-3; -1)$ és $B(3; 7)$, súlypontja az origó. Határozza meg a C csúcs koordinátáit!

b) Írja fel a hozzárendelési utasítását annak a lineáris függvénynek, mely –3-hoz –1-et és 3-hoz 7-et rendel! (A hozzárendelési utasítást $x \mapsto ax+b$ alakban adja meg!)

c) Adott az $A(-3; -1)$ és a $B(3; 7)$ pont. Számítsa ki, hogy az x tengely melyik pontjából látható derékszögben az AB szakasz!

24%

kihagy:

58%

2016-os eredmények – középszint

18. Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhassa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)

a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből?

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnel, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni?
(Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot" használ. Mindegyik fajta „varázskanóc" fehér színű, de meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég. Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg!

38%

kihagy:

26%

17 pontos

a II.B-ben:

2,1%

2016-os eredmények – középszint

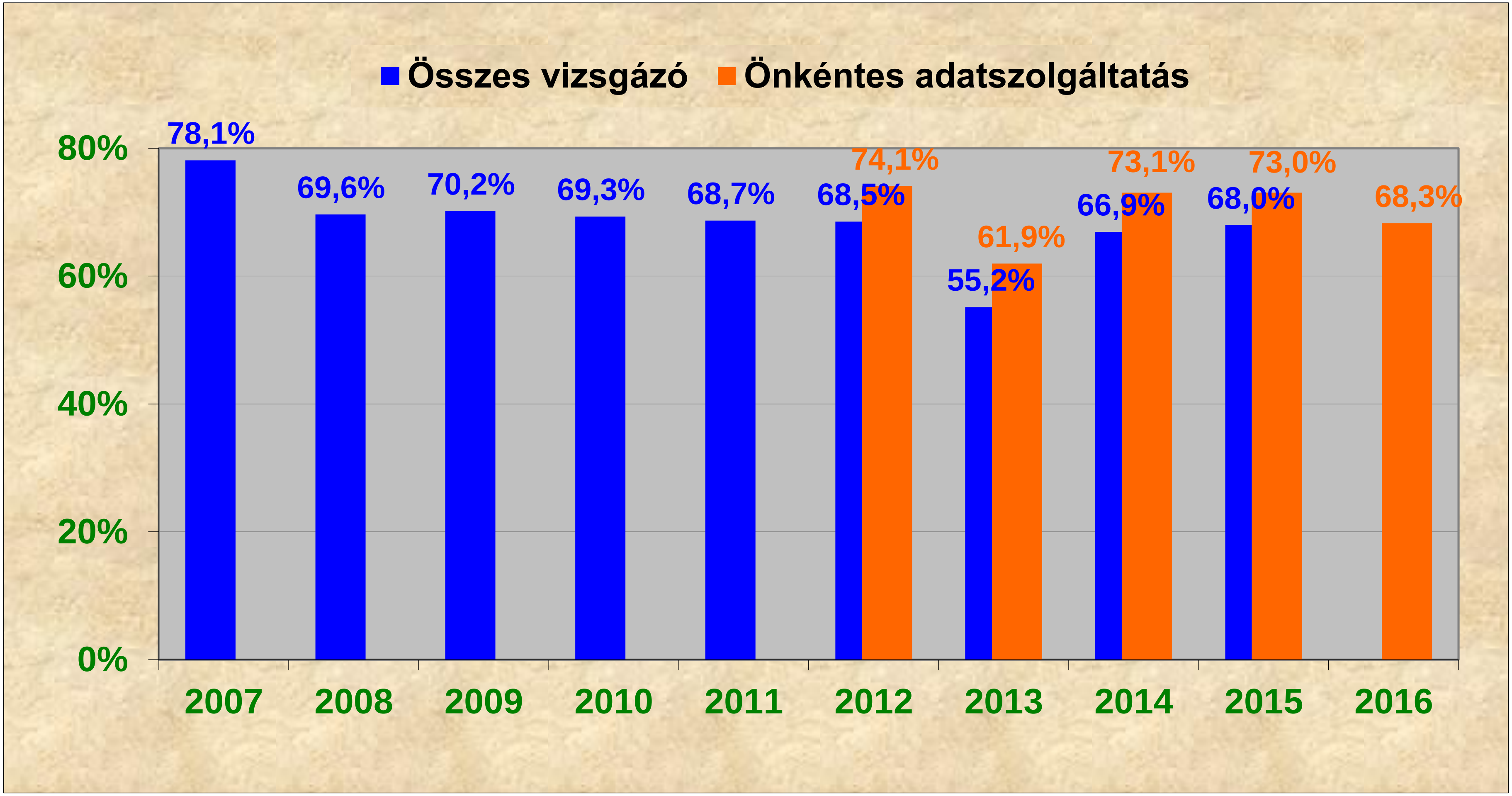
Év	I. rész	II. rész	Összesen
2012	55%	47%	49,4%
2013	57%	43%	47,1%
2014	73%	35%	46,2%
2015	56%	40%	44,6%
2016	65%	42%	48,6%

2016-os eredmények – emelt szint

- Június 28-ig (a megadott határidőig) a magyar nyelven vizsgázók közül emelt szinten 3684 vizsgázóból 837-nek (22,7%) küldték meg a részletes eredményét az Oktatási Hivatalnak.

EMELT	Év	Önkéntes adatszolgáltatás		Összes vizsgázó	
		létszám	átlag	létszám	átlag
	2012	818 (22,6%)	74,1%	3625	68,5%
	2013	1046 (25,7%)	61,9%	4070	55,2%
	2014	1062 (28,2%)	73,1%	3761	66,9%
	2015	920 (25,7%)	73,0%	3573	68,0%
	2016	837 (22,7%)	68,3%	3684	???

2016-os eredmények – emelt szint



2016-os eredmények – emelt szint

1. Egy városi piacon a piros almát 5 kg-os csomagolásban árulják. A csomagokon olvasható felirat szerint egy-egy csomag tömege „5 kg ± 10 dkg". (Az almák nagy mérete miatt az 5 kg pontosan nem mérhető ki.) A minőség-ellenőrzés során véletlenszerűen kiválasztanak nyolc csomagot, és ezek tömegét méréssel ellenőrzik. Csak akkor engedélyezik az almák árusítását, ha egyik csomag tömege sem kevesebb 4 kg 90 dkg-nál, és a nyolc mérési adat 5 kg-tól mért átlagos abszolút eltérése nem haladja meg a 10 dkg-ot. A mérések eredménye a következő:

mérés sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
mért tömeg (dkg)	506	491	493	512	508	517	493	512

a) A mérési eredmények alapján engedélyezik-e az almák árusítását?

b) Határozza meg a nyolc mérési eredmény átlagát és szórását!

A piac egyik eladójához friss eper érkezett. Az eladó eredetileg azt tervezte, hogy az I. osztályú epret 800 Ft/kg, a II. osztályút 650 Ft/kg, a III. osztályút pedig 450 Ft/kg egységáron értékesíti. A piacon azonban túlkínálat volt eperből, ezért úgy döntött, hogy az összes epret egy kupacba önti össze, és akciós egységáron árulja. Az akciós eladási egységár kialakításakor úgy számolt, hogy ha az összes epret ezen az egységáron adja el, akkor a bevétele (körülbelül) 15%-kal lesz csak kevesebb, mint azt eredetileg tervezte.

c) Mennyi legyen az akciós egységár, ha az összeöntött eper 35%-a I. osztályú, $\frac{3}{8}$ része II. osztályú, a többi 33 kg pedig III. osztályú volt eredetileg?
Válaszát egész értékre kerekítve adja meg!

86%

2016-os eredmények – emelt szint

2. Egy dobozban 6 fehér és 4 piros golyó van. A 10 golyó közül véletlenszerűen kiválasztanak 5 golyót. Egy tanuló ezt állítja: *„Annak a valószínűsége, hogy az 5 kihúzott golyó között 2 fehér lesz, megegyezik annak a valószínűségével, hogy 4 fehér lesz közöttük."*

a) Mutassa meg, hogy ha a golyókat **visszatevés nélkül** húzzák ki, akkor a tanuló kijelentése igaz!

b) A valószínűségek kiszámításával mutassa meg, hogy ha az 5 golyót **visszatevéssel** húzzák ki, akkor a tanuló kijelentése nem igaz!

77%

3. **a)** Egy számtani sorozat differenciája 1,6. A sorozat első, harmadik és hetedik tagját (az adott sorrendben) tekinthetjük egy mértani sorozat első három tagjának is. Határozza meg ezt a három számot!

Tekintsük a következő állítást:
Ha az $\{a_n\}$ számsorozat konvergens, akkor az $\{a_n\}$ sorozat értékkészlete véges számhalmaz. (Véges halmaz: elemeinek száma megadható egy természetes számmal.)

b) Döntse el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!

c) Fogalmazza meg az állítás megfordítását, és döntse el a megfordított állításról, hogy igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!

60%

2016-os eredmények – emelt szint

4. **a)** A $PQRS$ húrnégyszöget a PR és a QS átlók megrajzolásával négy háromszögre bontottuk. Igazolja, hogy ezek közül a két-két szemközti háromszög hasonló egymáshoz!

Az $ABCD$ húrnégyszög AB oldala a négyszög körülírt körének egyik átmérője.
A négyszög BC oldala 3 cm, a CD oldala 5 cm hosszú, továbbá $BCD\angle = 120°$.

b) Számítsa ki a négyszög BD átlójának, AB oldalának és AD oldalának hosszát, valamint a négyszög többi szögét!

63%

2016-os eredmények – emelt szint

5. Oldja meg **a [4; 6] alaphalmazon** az alábbi egyenleteket, illetve egyenlőtlenséget!

a) $\left|5-|x|\right|=3$

b) $\sqrt{2x-3}=\sqrt{x+10}-1$

c) $2\cos^2 x+\cos x-1\leq 0$

69%
kihagy:
4%

6. **a)** Legyen G egy nyolcpontú egyszerű gráf, amelynek összesen 9 éle van. Igazolja, hogy G csúcsai között biztosan van olyan, amelynek a fokszáma legalább 3.

b) Az A, B, C, D, E, F, G, H pontok egy szabályos nyolcszög csúcsai. Megrajzoljuk a nyolcszög oldalait és átlóit. A megrajzolt szakaszok közül véletlenszerűen kiválasztunk négyet. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy mind a négy kiválasztott szakasz az A csúcsból indul ki!

c) Nyolc sakkozó részére egyéni bajnokságot szerveznek. Hányféleképpen készíthető el az első forduló párosítása, ha ebben a fordulóban mindenki egy mérkőzést játszik? (Két párosítást különbözőnek tekintünk, ha az egyik tartalmaz olyan mérkőzést, amelyet a másik nem.)

68%
kihagy:
20%

2016-os eredmények – emelt szint

7. Adott az f, a g és a h függvény:

$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=2^x-1;$

$g:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ g(x)=3x+2;$

$h:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ h(x)=12-x^2.$

a) Legyen a k összetett függvény belső függvénye az f és külső függvénye a h (vagyis $k(x)=h(f(x))$ minden x valós szám esetén). Igazolja, hogy $k(x)=11+2^{x+1}-4^x$.

b) Oldja meg az $f(g(x))<g(f(x))$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

c) Mekkora a h és az $x\mapsto -4$ ($x\in\mathbf{R}$) függvények görbéi által közbezárt (korlátos) terület?

77%

kihagy:

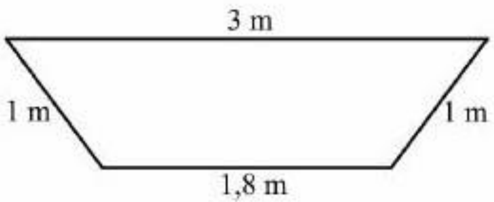
29%

2016-os eredmények – emelt szint

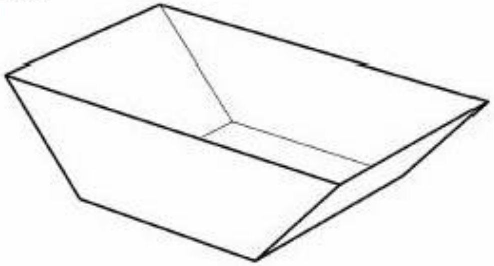
8. Egy kisüzemi meggymagozó-adagoló gép 0,01 valószínűséggel nem távolítja el a magot a meggyből, mielőtt a meggyszemet az üvegbe teszi. A magozógépen áthaladt szemek közül 120-120 darab kerül egy-egy üvegbe.

a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kiválasztott üvegben legalább 2 darab magozatlan szem van!

A termelés során keletkezett hulladékot nagy méretű konténerbe gyűjtik, melyet minden nap végén kiürítenek és kitisztítanak.
A konténer egyenes hasáb alakú. A hasáb magassága 2 m, alaplapja húrtrapéz, melynek méretei az 1. ábrán láthatók. A konténert vízszintes felületen, az 1,8 m × 2 m-es (téglalap alakú) lapjára állítva helyezik el (lásd a 2. ábrát).



1. ábra



2. ábra

b) Számítsa ki a hasáb térfogatát!
Határozza meg, hogy milyen magasan áll a konténerben a tisztításához beletöltött 2,7 m³ térfogatú folyadék!

54%

kihagy:

15%

2016-os eredmények – emelt szint

9. A repülőgépek üzemanyag-fogyasztását számos tényező befolyásolja. Egy leegyszerűsített matematikai modell szerint (a vizsgálatba bevont repülőgépek esetében) az egy óra repülés alatt felhasznált üzemanyag tömegét az $f(x)=\frac{1}{20}(x^2-1800x+950\,000)$ összefüggés adja meg. Ebben az összefüggésben x a repülési átlagsebesség km/h-ban ($x>0$), $f(x)$ pedig a felhasznált üzemanyag tömege kg-ban.

a) A modell alapján hány km/h átlagsebesség esetén lesz minimális az egy óra repülés alatt felhasznált üzemanyag tömege? Mekkora ez a tömeg?

Egy repülőgép Londonból New Yorkba repül. A repülési távolság 5580 km.

b) Igazolja, hogy v km/h átlagsebesség esetén a repülőgép üzemanyag-felhasználása ezen a távolságon (a modell szerint) $279v-502\,200+\frac{265\,050\,000}{v}$ kg lesz! ($v>0$)

A vizsgálatba bevont, Londontól New Yorkig közlekedő repülőgépek v átlagsebességére teljesül, hogy 800 km/h $\le v \le$ 1100 km/h.

c) A megadott tartományban melyik átlagsebesség esetén a **legnagyobb**, és melyik esetén a **legkisebb** az egy útra jutó üzemanyag-felhasználás?

63%

kihagy:

31%

2016-os eredmények – emelt szint

Év	I. rész	II. rész	Összesen
2012	84%	66%	74,1%
2013	63%	61%	61,9%
2014	79%	68%	73,1%
2015	81%	67%	73,0%
2016	71%	66%	68,3%

2012-15 vs 2016

(K2A) „Így például a sorozatok témakörébe tartozó feladatok megoldottsága mindig 41-44%-os lett.”

36% (két fizetési ajánlat)

(K2A) „A koordinátageometria feladatok alacsony (36-37%) megoldottsága ebben a részben is megfigyelhető.”

24% (az elmúlt 5 évben a legalacsonyabb)

(K2A) „A leggyengébben (és szintén stabilan) a síkgeometriai számításokkal boldogultak a vizsgázók, ezek átlagos megoldottsága 30% körüli.”

52% (húrtrapéz)

2012-15 vs 2016

(K2A) „Azokban az években, amikor ebben a vizsgarészben szerepelt szöveges, modellalkotást igénylő feladat (2012, 2013 és 2015), azt mindig a legmagasabb megoldottsággal teljesítették a vizsgázók."

Épp ellenkezőleg (két fizetési ajánlat).

(K2A) „Megvizsgáltuk az egyes feladatok szövegének karakterszáma és a feladat eredményessége közötti korrelációt: 0,76."

Nagyon leesett: 0,34.

2012-15 vs 2016

(K2B) „A szöveges feladatok vizsgálata csak 2013-ban mutat érdekes eredményt: ebben az évben sokan választották ezt (2013/16. feladat), és a másik két feladatnál sokkal jobban sikerült az ilyen típusú példa megoldása."

Az egyetlen nem szövegest (koordináta-geometria) hagyták ki legtöbben és az lett a leggyengébb.

(E1) „Az elemzésben szereplő 16-ból 12 feladatnak a megoldottsága 75 és 88% közé esik, vagyis az emelt szinten vizsgázók témakörtől függetlenül egyenletesen és jól teljesítettek."

86%, 77%, 60%, 63% (4-ből 2)

2012-15 vs 2016

(E) Az első feladatok jól szerepeltek, mint „ráhangoló" feladatok: 2012-ben, 2013-ban és 2014-ben is ezeknek lett a legmagasabb a megoldottsága.

2016-ban is (86%).

(E1) „A szöveges feladatok megoldottsága – a 2013-as évtől eltekintve – általában magas."

2016-ban is (86%).

(E2) „A vizsgálatban szereplő 20 feladatból 18 eredményessége 54 és 74% közé esik."

69%, 68%, 77%, 54%, 63% (5-ből 4)

2012-15 vs 2016

(E2) „A koordinátageometriai és geometriai témakörbe tartozó feladatok kihagyási aránya minden évben a legmagasabbak közt van."

15%, a második legalacsonyabb (konténer).

(E2) „A szöveges feladatok megoldottsága (átlagosan 65%) és a tisztán matematikai példáké (64%) közel azonos, továbbá megállapítható, hogy a vizsgázók szívesen választják (kisebb arányban hagyják ki) a szöveges feladatokat."

Megoldás: szöveges 59%, tisztán matematikai 71%.
Kihagy: szöveges (2) 46%, tisztán matematikai (3) 54%.

Következtetések

Nagyon hasznos, máshonnan meg nem szerezhető tanulságokkal szolgál az érettségi eredményesség feladatonkénti elemzése.

Küldjék az adatokat – még most sem késő!

Olvassák az elemzést – szeptemberben megy!

Számológép-használat

Vizsgaleírás:

„Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.”

Számológép-használat

Problémák:

- A (nem matematika szakos) felügyelő tanárok számára szinte lehetetlen annak megállapítása, hogy mely számológépek használhatók a vizsgán.
- A megengedett számológépek nagyon eltérő „tudással” rendelkeznek, így a vizsgázók esélyegyenlősége sérül.
- Nincs világosan szabályozva, hogy a feladatok megoldása során milyen lépések fogadhatók el a számológépre hivatkozva, és melyek nem.

Nagyon jó lenne valamit tenni!

Számológép-használat

A számológépek eltérő szerepe a **tanulási folyamatban** és a **vizsgán**.

Érettségin ezekre NE használja:

- egyenletek, egyenletrendszerek megoldása;
- függvények zérushelyének, szélsőértékének meghatározása;
- függvénygrafikonok rajzolása;
- trigonometriai számítások önálló elvégzése egy vagy több tanult képlet alkalmazásával;
- analízis elemeinek alkalmazása: határérték számítás, deriválás, integrálás.

Számológép-használat

Lehetséges megoldások:

1. **Egységes számológép használatának előírása**
    - költségvetési vonzat
    - a számológépek fejlődésével a gépek gyorsan avulnak, egyes típusok nincsenek sokáig a piacon, tehát nem is csak egyszeri kiadásról lenne szó
    - egységes számológép előírásának komoly piactorzító hatása is lenne
    - jogszabály-módosítást igényel

Számológép-használat

Lehetséges megoldások:

2. Az érettségin használható számológépek típus alapján történő szűkítése

- költségvetési vonzata nincs
- a lista karbantartása folyamatos figyelmet igényel
- évek múltával a lista hossza is kezelhetetlen méretűre nőhet
- jogszabály-módosítást igényel

Számológép-használat

Lehetséges megoldások:

3. **Pontosítjuk és némileg korlátozzuk, hogy melyek azok a lépések a feladatok megoldása során, amikor a géppel végzett számításokért jár pont, és melyek azok, amelyekért (további indoklás nélkül) nem.**
   - nem nagy változás, gyorsan bevezethető
   - tisztázatlan kérdések tisztázódnak
   - költségvetési vonzata nincs
   - „bármilyen” gép használható, nem gond az ellenőrzés
   - időtálló lehet a szabályozás, érzéketlen a gépek fejlődésére
   - jogszabály-módosítást nem igényel (???)

Számológép-használat

A számológépek indoklás nélkül használhatók az „alapműveletek” elvégzésére (bármely alakban megadott számok esetében): összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítására, továbbá a függvénytáblázatban található táblázatok helyettesítésére (sin, cos, tg, lg és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadására. Használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) 5-nél több adat esetén. Egyéb esetekben **a géppel elvégzett lépesekért nem jár pont** (az így kapott eredményért sem!), azok indoklás nélküli lépéseknek számítanak.

Számológép-használat

Ha tehát a feladat megoldásában szerepel például egy nullára rendezett másodfokú egyenlet megoldása, akkor azt vagy szorzattá alakítással oldja meg a vizsgázó, vagy a megoldóképletbe helyettesített alakból számológéppel, vagy más olyan módszerrel, amelyet ismertet a megoldásának leírásában (pl. Viéte-formulák).

Hasonlóképpen a $\log_2 17$ értékét csak a $\frac{\lg 17}{\lg 2}$ alakból lehet megadni, az 5 darab adat szórását pedig a definíció (vagy tétel) szerint felírt (valamelyik) kiszámítási formulából.

Számológép-használat

Fontos tudnivalók:

„A zsebszámológép használatát a javító tanár a következő műveletek elvégzésére fogadhatja el indoklás nélkül: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, n!, $\binom{n}{k}$ kiszámítására, továbbá a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítésére (sin, cos, tg, lg és ezek inverzei), a π és az *e* szám közelítő értékének megadására. Indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) 5-nél több adat esetén. Egyéb esetekben a géppel elvégzett lépesekért nem jár pont (az így kapott eredményért sem!), azok indoklás nélküli lépéseknek számítanak.

Számológép-használat

Fontos tudnivalók:

Néhány példa azokra a lépésekre, amelyeket a javító tanár nem fogadhat el indoklás nélkül: egyenletek és egyenletrendszerek megoldása, 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámítása, átlag, szórás számítása legfeljebb 5 adat esetén, számológép által kirajzolt függvény ábrájáról levont következtetések, (csak emelt szinten) határozott integrál kiszámítása.”

Számológép-használat

Kérdések:

- másodfokú egyenlet
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámítása
- átlag, szórás számítása legfeljebb 5 adat esetén
- határozott integrál kiszámítása
- „az így kapott eredményért sem” jár pont

Hasznos linkek

A 2012. május-júniusi érettségi feladatsor és az egyes feladatok mérésmetodikai vizsgálata

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_vizsgafeladatok_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/meresmetodika/Matematika.pdf

Érettségi vizsgatárgyak elemzése 2009-2012. tavaszi vizsgaidőszakok

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_vizsgatargyak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_vizsgatargyak_elemzese/matematika.pdf

A kétszintű érettségi rendszerrel kapcsolatos változtatási igények felmérése a gyakorlati tapasztalatok alapján

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/ketszintu_erettsegi_vizsgarendszer_tanari_tapasztalatok

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_konferencia2014/vitaindito_matematika.pptx

A közép- és emelt szintű értékelési skálák összehasonlítása

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_ertekelesi_skalak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/ertekelesi_skalak_osszehasonlitasa/ertekelesi_skalak_matematika.pdf

Hasznos linkek

Az ellenőrzés problémaköre az érettségin

http://matek.fazekas.hu/index.php?option=com_content&view=article&id=296:ellenorzes-es-valasz&catid=34&Itemid=223

Az ellenőrzés problémaköre az érettségin (rövid kivonat)

KöMaL, 2015. október

Új (2017-től érvényes) részletes érettségi vizsgakövetelmények és vizsgaleírások

http://magyarkozlony.hu/hivatalos-lapok/4477c562e02807f4db744faf08399740a82349cd/dokumentumok

Próbafeladatsorok az új érettségi vizsgakövetelményekhez

http://www.ofi.hu/erettsegi-2017-mintafeladatok

http://ofi.hu/matematika-mintafeladatsorok

A matematika érettségi vizsga 2017-től (RLV előadás 2015)

http://rlv.berzsenyi.hu/2015/Koncz_Csapodi.ppsx?attredirects=0&d=1

Köszönjük a figyelmet!

csapodi.csaba@ttk.elte.hu

klevente1@gmail.com