

Az érettségiről érdekesen

Csapodi Csaba

ELTE TTK, Budapest

Koncz Levente

Óbudai Árpád Gimnázium, Budapest

Rátz László Vándorgyűlés (online)

2021. július 2.

Amiről szó lesz

1. A matematikaérettségi eredményessége az önkéntes adatszolgáltatás alapján (2021)
2. Petíció a matematikaérettségi ponthatárainak csökkentéséért – mire következtethetünk az aláírók számából?
3. Tippjáték (okostelefon jól jön!)
4. A feladatok megoldottságának korrigálása a kihagyók eredményének ismeretében
5. A szóbeli vizsgák elmaradásának hatása
6. A legfontosabb változások 2024-től
7. Felüljavítás

Középszint – összesítés

	2021	2020	2019	2018	2017	2016	2015
I. rész	???	70%	68%	70%	61%	66%	56%
II.A rész	???	53%	42%	51%	54%	46%	40%
II.B rész	???	40%	41%	39%	45%	38%	39%
Teljes	???	53,4%	49,5%	52,8%	53,1%	49,2%	44,6%

Középszint – összesítés

	2021	2020	2019	2018	2017	2016	2015
I. rész	66%	70%	68%	70%	61%	66%	56%
II.A rész	52%	53%	42%	51%	54%	46%	40%
II.B rész	38%	40%	41%	39%	45%	38%	39%
Teljes	51,5%	53,4%	49,5%	52,8%	53,1%	49,2%	44,6%

A petíciót aláírók száma vs országos átlag

„A 2021-es matematika érettségi mindenki szerint nehéz volt, és olyan feladatokkal találkoztunk, amikkel eddig soha.

Nem vették figyelembe a kialakult helyzetet, hogy nem volt alkalmunk rendszeresen felkészülni a matematika érettségire.”

(peticiok.com)

	A petíciót aláírók száma	Országos átlag
2019	33 349	49,5%
2020	240	53,4%
2021	12 583	51,5%

Korrelációs együttható: -0,99

A petíciót aláírók száma vs országos átlag

„Abban mindannyian egyetérthetünk, hogy az idei érettségi vizsgák nevetségesen egyszerűek voltak eddig. Azonban a mai matematika érettségi minden határt átlépett. Ilyen sértően együgyű, egyszerű feladatlapot én, és ti kedves diáktársaim, még soha nem láthattunk. A fent említett érvek miatt indítványozom a közép matematika érettségi ponthatárának megemelését.” (2021, 49 aláíró)

„Az idei matematika írásbeli nehézsége alulmúlta elvárásaimat, így a tanév összes matekóráján való semmittevés és 0 gyakorlás ellenére sem sikerült hibáznom. Ezért érzem szükségét az érettségi újraírásának, hogy megtudjam, milyen érzés pontot veszíteni rajta.” (2019, 6 aláíró)

(peticiok.com)

Önkéntes adatszolgáltatás 2021

Idén negyedszer alkérdésenkénti (itemenkénti) adatgyűjtést (is) végeztünk.

Az iskolák választhattak, hogy **feladatonként** vagy **alkérdésenként** küldik az adatokat.

Az adatoknak (eddig) középhalpon 55%-át, emelt halpon 46%-át alkérdésenként kaptuk meg (tavaly 53%, ill. 71%).

Köszönjük!

Az alkérdésenként beérkezett adatok átlaga középhalpon 4,2%-kal, emelt halpon 3,1%-kal **magasabb**, mint a feladatonként beérkezett adatok átlaga (tavaly 2,7%, ill. 2,9%).

A „jobb” iskolák kicsit hajlamosabbak voltak többet dolgozni.

Középszint – tippeljünk!

<https://kahoot.it/>

Középszint – tippeljünk!

2. Hányadik hatványra kell emelni a 2-t, hogy 512-t kapjunk?

Megoldottság: 95%.

Idei legmagasabb, sőt minden idők 2.

Középszint – tippeljünk!

8. A derékszögű koordinátarendszerben ábrázoltuk a valós számok halmazán értelmezett $f : x \mapsto \frac{2}{5}x + \frac{8}{5}$ függvényt. Adjon meg egy olyan pontot a koordinátaival, amely illeszkedik a függvény grafikonjára!

Megoldottság: 38%.

Idei leggyengébb. Korábbi évek tapasztalatának megfelelő eredmény.

Középszint – tippeljünk!

9. Egy szabályos sokszög egyik csúcsából behúztunk két átlót, így a sokszöget egy háromszögre, egy négyszögre és egy ötszögre bontottuk.
Hány oldalú a szabályos sokszög?

Megoldottság: 59%.

Többiek? $3 + 4 + 5 = 12$?

Középszint – tippeljünk!

10. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$|x - 4| = 1$$

Megoldottság: **58%**.

Várható, 50%-ot az $x = 5$ adhatott...

Középszint – tippeljünk!

- 11.** Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 2 \cdot \sin(x + \pi)$ függvény helyettesítési értékét, ha $x = \frac{\pi}{2}$.

Megoldottság: 40%.

Ilyen feladat már nem lesz sokáig.

Hány pont a DEG-ben számolás?

Hány pont, ha x helyére beírja a $\pi/2$ -t?

Középszint – I. rész

1	sorozat 1. tagja	2	85%
2	2 a hányadikon 512	2	95%
3	két egyszerű halmaz metszete	2	88%
4	négyszög belső szögei 1:2:3:4	4	77%
5	egy állítás tagadásai	2	61%
6	terjedelem, átlag, med, mód	4	78%
7	egészségpénztár 6%	2	86%
8	$2/5x + 8/5$ függvényen egy pont	2	38%
9	sokszög felbontása az átlóival	2	59%
10	$\text{abs}(x-4) = 1$	2	58%
11	$2\sin(x+\pi)$ helyettesítési értéke	2	40%
12	háromjegyű számok közül valszám	4	44%

Középszint – IIA rész

13a	másodfokú egyenlet	6	66%
13b	elsőfokú egyenletrendszer	6	61%
14a	trapéz két oldala	6	59%
14b	háromszögben sin/cos-tétel	6	44%
15a	labrador valódi életkora	6	39%
15b	ugyanez visszafelé + százalék	6	58%

Kimondottan magas pontszámok, mindhárom az eddigi medián felett.

13. jól működött belépő feladatként, minden idők legjobb eredménye

15. az idején emblemikus feladat

Középszint – IIA rész (15. feladat)

104 amerikai labrador felvállalta :



Az én kutyám, aki a számításaim alapján 798 éves.



L



Mások kutyája



Középszint – IIB rész

16a	három csapat, aki már játszott	2	77%
16b	elmaradt mérkőzések száma	4	45%
16c	10-ből 4 gól valószínűsége	4	19%
16d	nagyméretű korong adatai	7	34%
17a	$mx + b$ -ben m és b értéke	5	35%
17b	Balaton-átúszás számtani/mértani	8	62%
17c	úszók súlyozott átlagéletkora	4	48%
18a	hány egyenest határoznak meg a pontok	3	40%
18b	hány háromszöget határoznak meg a pontok	5	29%
18c	derékszög igazolása egy háromszögben	4	31%
18d	körülírt kör egyenlete	5	24%

Talán 16b és 18a alacsonyabb, 16d magasabb a vártnál.

Többé-kevésbé működik a monoton csökkenés feladaton belül.

Az egyes feladatok kihagyásának aránya rendre:

13%, 34%, 53%

Kimutatható-e a távoktatás hatása az érettségi eredményekből?

	középszint		emelt szint	
	átlag	szórás	átlag	szórás
2016-2019 átlag	51,2	23,7	69,6	21,4
2020	53,2	23,9	66,8	21,4
2021	51,5	25,4	70,5	20,2

Különböző évek összehasonlítása nehéz.

De: bizonyos tanulói csoportok (pl. lakhely, iskolatípus) eredménye meglepően állandó eltérést mutat az országos átlagtól.

Amit lehet vizsgálni: egyes tanulói csoportok eredményének eltérése a korábbi években mért eltéréshez képest.

Középszint – a nem választott feladat

Feladat	Megoldottság	Kihagyta	A kihagyók eredménye		
			a közös részben	a választható részben	összesen
K 16	35%	13%	46,1	13,2	59,3
K 17	49%	34%	33,2	9,1	42,3
K 18	28%	53%	40,3	14,6	54,9

Középszint – a nem választott feladat

Egy választható feladat megoldottságát erőteljesen befolyásolja a feladatot kihagyók összetétele.

A megoldottságot ezért érdemes korrigálni.

Normált megoldottság = (Tényleges megoldottság) x
(Az összes vizsgázó átlageredménye a közös
részben – 1-15. feladat) / (A feladatot megoldók
átlageredménye a közös részben)

	16.	17.	18.
Tényleges megoldottság	35,2%	49,0%	28,1%
Normált megoldottság	36,3%	45,7%	29,6%

Emelt szint – összesítés

	2021	2020	2019	2018	2017	2016	2015
I. rész	79%	72%	77%	75%	77%	71%	81%
II. rész	64%	62%	63%	70%	63%	66%	67%
Teljes	70,5%	66,8%	68,8%	72,3%	69,1%	68,3%	73,0%

Emelt szint – I. rész

1a	gyökös egyenlet	5	90%
1b	logaritmikus egyenlet	6	89%
2a	négyszög területe	9	78%
2b	részháromszögek színezéseinek szám	6	72%
3a	részvények száma	6	84%
3b	két befektetés - exp egyenlőtlenség	7	65%
4a	két pont rajta van egy görbén	2	94%
4b	integrálós geometriai valsám	10	86%

Emelt szint – II. rész

5a	mikor van két valós gyök	6	82%	25%
5b	cos-os fv értékkészletének igazolása	5	50%	
5c	mekkora valószínűséggel igaz a kijelentés	5	62%	
6a	D-E-F ismeretségi hálójá	3	58%	33%
6b	A-B-C-D-E-F ismeretségi hálójá	9	62%	
6c	kihallgatások száma	4	68%	
7a	átlag, medián, szórás	4	85%	31%
7b	büntetődobás parabolája	8	41%	
7c	inverzfv tulajdonságai	4	30%	
8a	havi bevétel a sorsjegyekből	3	90%	4%
8b	maximális havi bevétel	9	70%	
8c	nyeremény várható értéke	4	73%	
9a	legfeljebb 86 farönk a raktárban	8	55%	7%
9b	hány % marad üresen ekkor	4	91%	
9c	szúrágta fa binomiális valószínűsége	4	81%	

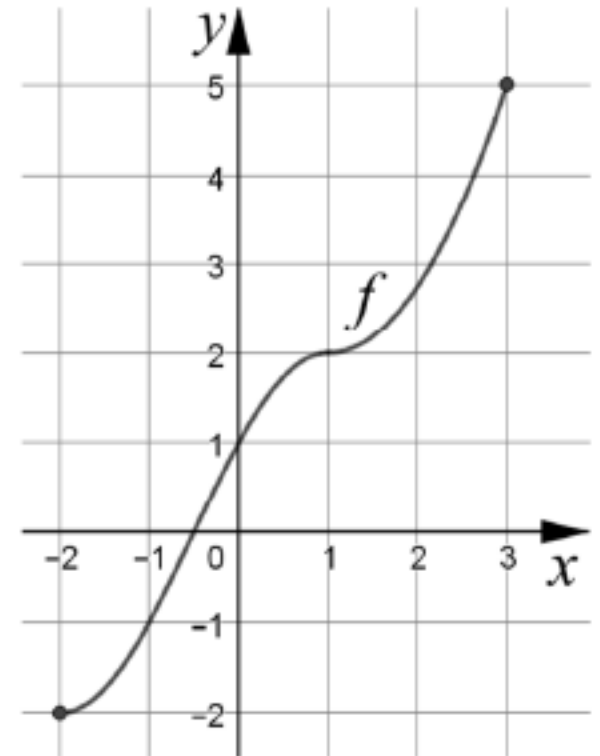
Emelt szint – a nem választott feladat

Feladat	Megoldottság	Kihagyta	A kihagyók eredménye		
			a közös részben	a választható részben	összesen
E 5	62%	25%	34,4	32,5	66,9
E 6	63%	33%	41,6	40,4	82,0
E 7	47%	31%	43,3	48,8	92,1
E 8	72%	4%	37,0	29,0	66,0
E 9	69%	7%	43,2	44,7	87,9

Emelt szint – a legnehezebbek

Az ábrán a $[-2; 3]$ intervallumon értelmezett szigorúan monoton, folytonos f függvény grafikonja látható.

- c) Adja meg az f inverzfüggvényének értelmezési tartományát, értékészletét, zérushelyét, és jellemezze az inverzfüggvényt monotonitás szempontjából!



7/c. Megoldottság: 30%

Inverz függvény... (pedig indokolni sem kellett)

Emelt szint – a legnehezebbek

A kosárlabda büntetődobást 4,6 méter távolságról kell elvégezni, a gyűrű 3 méter magasan van. Petra a dobás pillanatában 2 méter magasságból engedi el a labdát, és az ideális, vízszintessel bezárt 45° -os szögre törekszik a dobás indításánál.

- b) Petra dobásának modellezéséhez határozza meg annak a parabolának az egyenletét, amely áthalad a $P(0; 2)$ és a $Q(4,6; 3)$ ponton, a P pontban húzott érintőjének irány-szöge pedig 45° ! A parabola egyenletét $y = ax^2 + bx + c$ alakban adja meg!

7/b. Megoldottság: 41%

Ideális-e a 45 fokos szög?

Emelt szint – a legnehezebbek

b) Mutassa meg, hogy az alábbi kijelentés igaz!

Az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = \frac{3}{(1 + \cos x)^2 + 2}$ függvény értékkészlete az $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ intervallum.

5/b. Megoldottság: 50%

Segített-e, hogy így volt kitűzve?

Binomiális eloszlás közép- és emelt szinten

Az egyik játékos 0,3 valószínűséggel szerez gólt egy büntetőlövésből.

- c) Mekkora a valószínűsége, hogy 10 büntetőlövésből pontosan 4 gólt szerez?

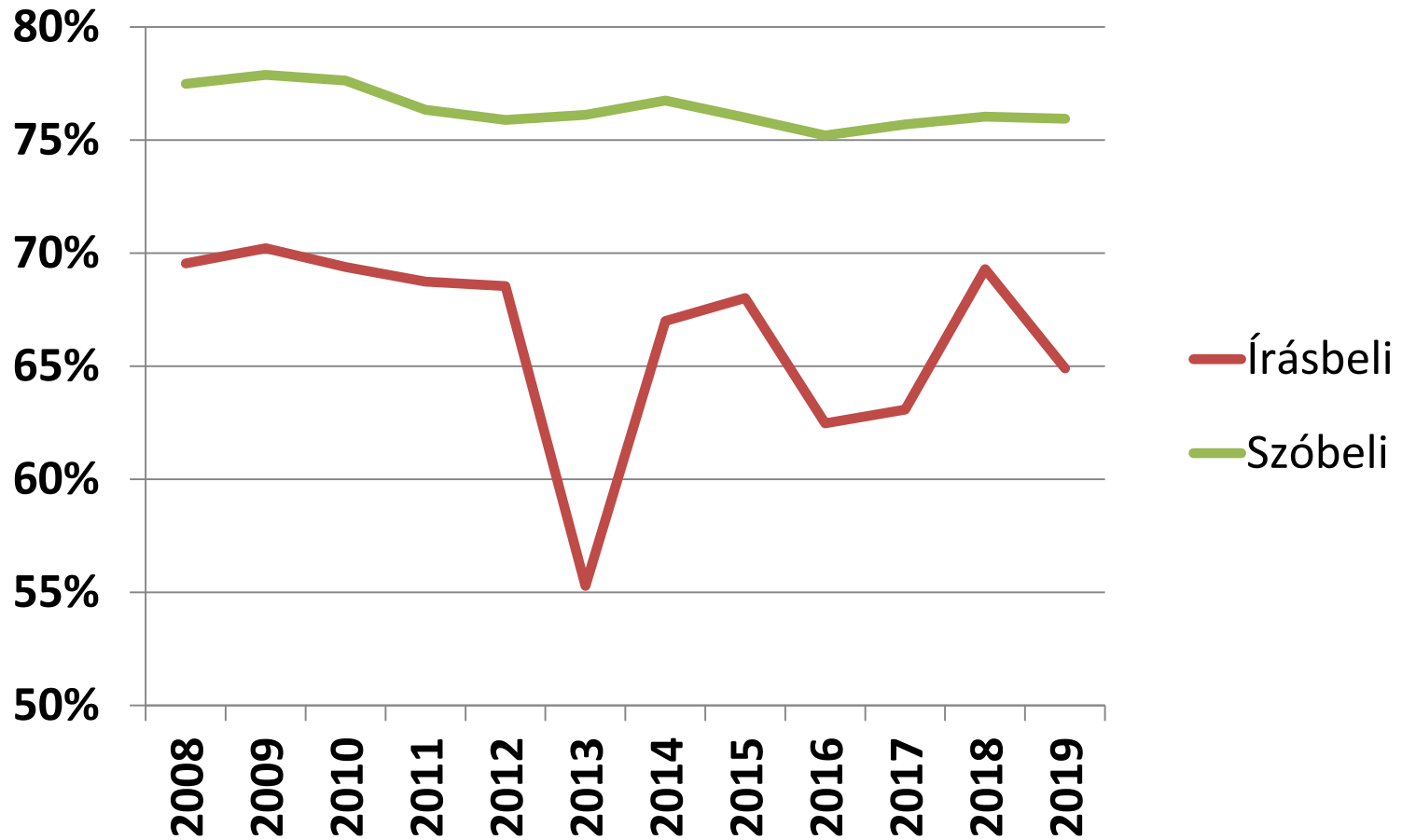
Középszint 16/c. Megoldottság: 19%

Kiderült, hogy a fák egy részében megtelepedtek a szűbogarak. Bármelyik fát kiválasztva 4% annak a valószínűsége, hogy van benne szű. Az egyik vásárló cég 50 fát vett.

- c) Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb egy szűrágta fa kerül a rakományába?

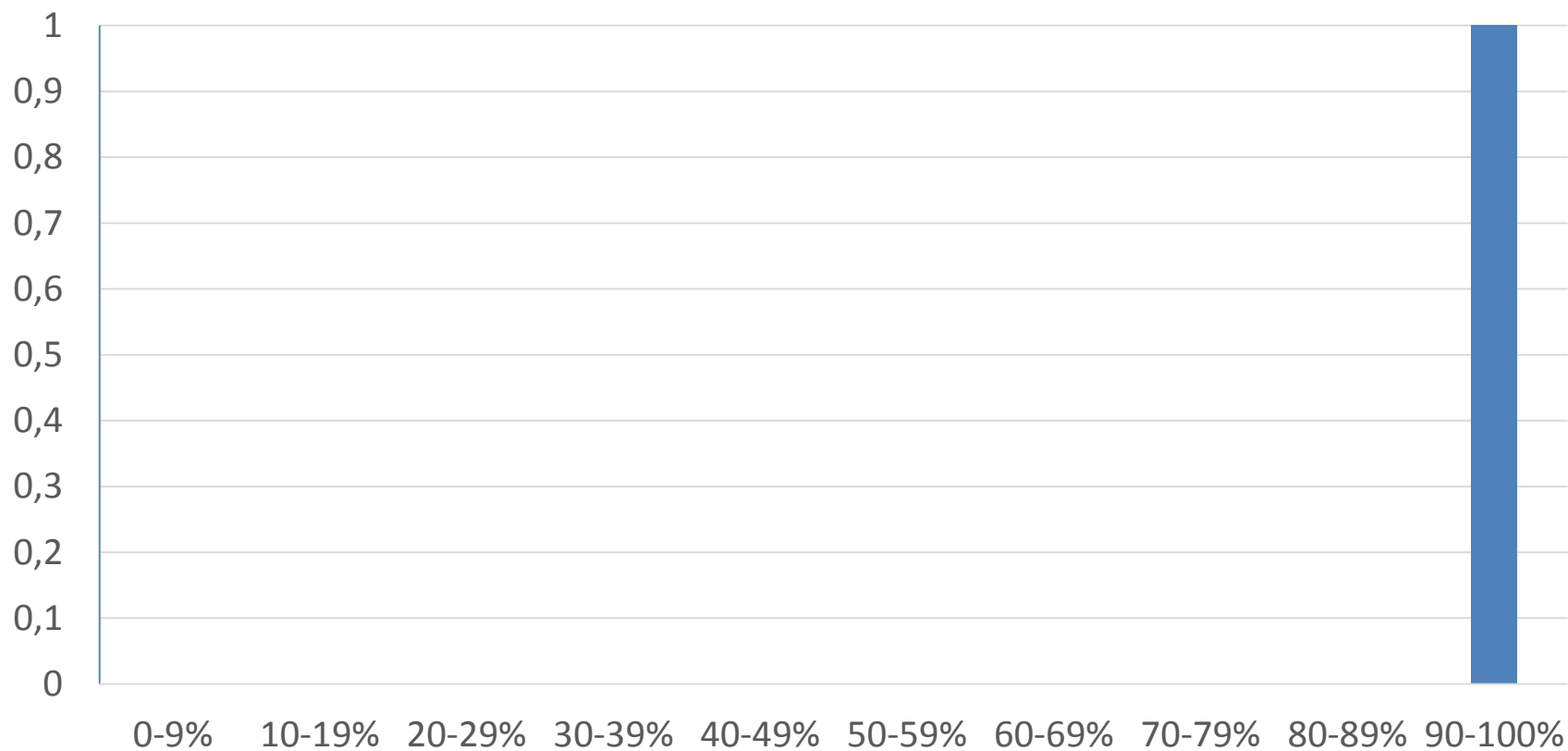
Emelt szint 9/b. Megoldottság: 81%

Szóbeli vizsgák elmaradása



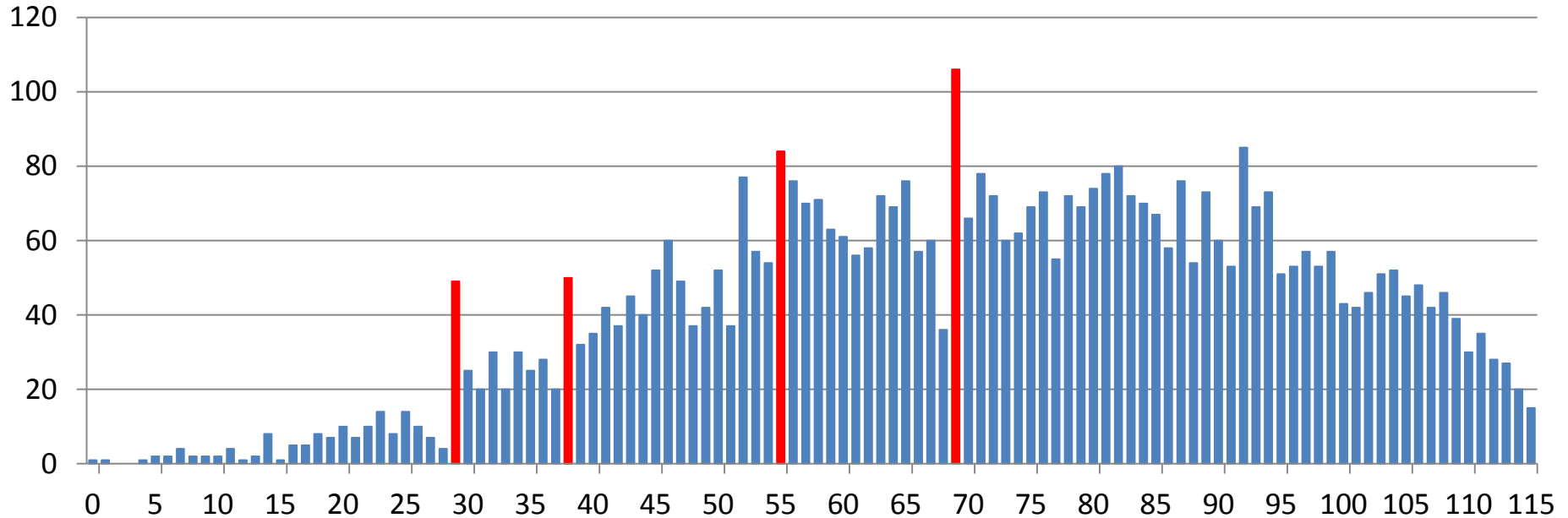
Szóbeli vizsgák elmaradása

Emelt szintű szóbeli vizsgák eredménye matematikából (2020)



Szóbeli vizsgák elmaradása

A matematika emelt szintű írásbeli vizsgák pontszámeloszlása (2020)



A legfontosabb változások 2024-től

Alapelvek – középszint:

- Ami nincs benne a Nat-ban, kerettantervben, azt el kell hagyni a RÉV-ből (általában átkerült emelt szintre);
- ami új anyagként, ismeretként megjelent a kerettantervben, vagy ahol hangsúlyeltolódás történt, ott ez jelenjen meg a RÉV-ben (tételek bizonyítása, exponenciális folyamatok vizsgálata, pénzügyi ismeretek, statisztikai elemzések).

A legfontosabb változások 2024-től

Alapelvek – emelt szint:

- A középszintről kikerülő ismereteket általában automatikusan átemeltük emelt szintre (a kikerülő ismeretek általában a 11. évfolyamról kerülnek ki);
- Igyekeztünk szem előtt tartani azt, hogy ne növekedjen nagyon a középszintű és emelt szintű követelmények „távolsága”.

A legfontosabb változások 2024-től

Középszintről emelt szintre került:

- törtes, abszolútértékes, logaritmusos, trigonometrikus egyenletek, másodfokú egyenletrendszer;
- trigonometrikus és logaritmus függvények;
- vektorfelbontás, skaláris szorzat;
- normál- és irányvektoros egyenes-egyenlet; kör és egyenes metszéspontja, érintő egyenlete;
- átlagos abszolút eltérés.

A legfontosabb változások 2024-től

Középszinten új vagy hangsúlyosabb:

- (tételek) bizonyítása;
- nem csak 2-es alapú számrendszer;
- exponenciális folyamatok;
- gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet;
- kvartilisek, box-plot diagram;
- egymást kizáró és független események, geometriai valószínűség, várható érték.

A legfontosabb változások 2024-től

Emelt szinten új:

- gráfelméleti fogalmak (séta, körséta, izomorf, komplementer);
- konvexitás alkalmazása;
- statisztikai összehasonlítás, elemzés, érvelés.

Készülnek mintafeladatsorok.

Emelt szintű dolgozatok felüljavítása – Pest megye

Kb. 560 dolgozatból 50 felüljavítási kérelem

24 diák nem megalapozott

26 diák, 38 alfeladat megalapozott

1 pont: 19

2 pont: 10

3 pont: 4

4, 4, 6, 6, 7

Egy-egy diákra jutó nagyobb értékek:

4, 5, 5, 6, 7, 8, 9 pont

Emelt szintű dolgozatok felüljavítása – Pest megye

3 vagy több pont: 9 alfeladat

Összesen kijavítva: $560 \cdot 20 = 11200$ alfeladat

0,08% „hibás” javítás

Emelt szintű dolgozatok felüljavítása – Pest megye

Két érdekesség:

- 7c-ben elemzi az f függvényt az inverz helyett, majd reklamál a monotonitásért járó pontért;
- 64 helyett 71 legyen, 5 feladatban, maradt 64.

Emelt szintű dolgozatok felüljavítása – Pest megye

Egy hibátlan megoldás, 2 pont az 5-ből

c) A, B, C $0,6$ valószínűséggel igaz $0,4$ valószínűséggel hamis

$(A \wedge B) \vee C$

$(0,6 \cdot 0,6) \cdot 0,6 = 0,216$ ✓

Ha $A \vee B$ igaz,

i	i	$i = 0,6^2 \cdot 0,6 = 0,216$
i	h	$i = 0,6^2 \cdot 0,4 = 0,144$
h	i	$i = (0,24 + 0,24 + 0,16) \cdot 0,6 = 0,384$
h	h	h

$A \wedge B$ igaz, az $0,6^2 = 0,36$ ✓
valószínűség

i	i	i
i	h	h $0,6 \cdot 0,4 = 0,24$
h	i	h $= 0,24$
h	h	h $0,4^2 = 0,16$

Összesen: $0,216 + 0,144 + 0,384 = 0,744$
a valószínűsége, hogy igaz.

Emelt szintű dolgozatok felüljavítása – Pest megye

Az a)-nál
megoldja
a b)-t.

Hány pont?

Javító

szerint 0;

szerintem 6

a) ha B csali (-t nem ismeri) \rightarrow C ismerhet 2-t
 $\binom{3}{2}$ lehetőség \leftarrow D, E, F közül

ha B ismeri C-t \rightarrow B D, E, F közül 1 valakit nem ismer
 \downarrow
 ismer
 $\binom{3}{1}$ lehetőség

\hookrightarrow C a D, E, F közül 1 valakit ismer
 \downarrow
 $\binom{3}{1} = 3$ lehetőség

eddig $3 + 3 \cdot 3$ lehetőség = 12

D, E, F egymás között:

0 ismerettség \rightarrow 1 lehetőség	} 8 lehetőség
1 ismerettség \rightarrow 3 lehetőség	
2 " " \rightarrow 3 " "	
3 " " \rightarrow 1 " "	

D, E, F ismeretsegi körei $12 \cdot 8 = 96$
 felle lépven alakulhatnak

b) $4 \cdot 6 = 24$ felle

Emelt szintű dolgozatok felüljavítása – Pest megye

- „Tisztelt Értékelő Pedagógus! Kérem szíves elnézését, hogy többlet munkát okoztam önnek figyelmetlenségemmel, da az ön bírálatától függ a továbbtanulásom. Az utolsó pillanatok izgalmában és erős stressz hatása alatt elnéztem a kihagyandó feladat számát és szándékkal ellenkezőleg az 5-ös feladat helyett a 6-os feladatot jelöltem meg, amit utolsó perceimben igyekeztem megoldani. A dolgozatban található megoldásaimból kivehető eredeti szándékom...” (Valóban, megkapta.)
- „Végül kérem, hogy mérlegeléskor esetleg azt a szempontot is vegyék figyelembe, hogy a jelen helyzetben nem lehet szóbeli vizsgán javítani az eredményemen, és 3 pont hiányzik ahhoz, hogy elérjem a 45%-ot, azaz megkapjam az 50 többletpontot, és így bekerülhessek a választott egyetemre.” (Megkapta, teljesen jogos és udvarias kérései voltak.)

Hasznos linkek

A 2012. május-júniusi érettségi feladatsor és az egyes feladatok mérésmethodikai vizsgálata

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erttsegi_vizsgafeladatok_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/meresmethodika/Matematika.pdf

Érettségi vizsgatárgyak elemzése 2009-2012. tavaszi vizsgaidőszakok

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erttsegi_vizsgatargyak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erttsegi_vizsgatargyak_elemzese/matematika.pdf

A kétszintű érettségi rendszerrel kapcsolatos változtatási igények felmérése a gyakorlati tapasztalatok alapján

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/ketszintu_erttsegi_vizsgarendszer_tanari_tapasztalatok

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erttsegi_konferencia2014/vitaindito_matematika.pptx

A közép- és emelt szintű értékelési skálák összehasonlítása

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erttsegi_ertekelesi_skalak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/ertekelesi_skalak_osszehasonlitasa/ertekelesi_skalak_matematika.pdf

Hasznos linkek

Az ellenőrzés problémaköre az érettségin

http://matek.fazekas.hu/index.php?option=com_content&view=article&id=296:ellenorzes-es-valasz&catid=34&Itemid=223

(rövid kivonat:) KöMaL, 2015. október

RLV előadások

http://rlv.berzsenyi.hu/2015/Koncz_Csapodi.ppsx?attredirects=0&d=1 (2015)

<http://rlv.berzsenyi.hu/2016/Eredmenyeseg%20es%20sz%D0%B0mologep-haszn%D0%B0lat%20az%20Erettsegi%20vizsg%D0%B0n.ppsx?attredirects=0&d=1> (2016)

http://rlv.berzsenyi.hu/2017/Csapodi-Koncz_Matematikaerettsegi_RLV17_KL.ppsx (2017)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2018_Csapodi_Koncz.ppsx (2018)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2019_CsapodiCs-KonczL_Az%20erettsegirol%20erdekesen.ppsx (2019)

Csaba Csapodi and Levente Koncz: The efficiency of written final exam questions in mathematics based on voluntary data reports, 2012–2015

Teaching Mathematics and Computer Science, 2016/14 p63-81)

http://tmcs.math.unideb.hu/load_doc.php?p=306&t=abs

A matematika érettségi vizsga elemzése 2005-2015 (Csapodi Csaba doktori értekezése)

<https://dea.lib.unideb.hu/dea/handle/2437/236563>

Köszönjük a figyelmet!

www.arpadgimnazium.hu/rlv

csapodi.csaba@ttk.elte.hu

klevente1@gmail.com