

Az érettségiről érdekesen

Csapodi Csaba

ELTE TTK, Budapest

Koncz Levente

Óbudai Árpád Gimnázium, Budapest

Rátz László Vándorgyűlés

Budapest, 2023. július 5.

Amiről szó lesz

1. A matematikaérettségi eredményessége az önkéntes adatszolgáltatás alapján (2023)
2. Mértékegységek hiánya
3. Javítási kérdések
4. Ellenőrzés
5. Bizonyítás a középszintű érettségiben
6. A RÉV és a vizsgaleírás módosítása 2024-től



CERME 13

13TH CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY
FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION

10-14 July 2023
Budapest
Hungary

Középszint – összesítés

| | 2023 | 2022 | 2021 | 2020 | 2019 | 2018 | 2017 |
|-----------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| I. rész | ? | 60% | 66% | 70% | 68% | 70% | 61% |
| II.A rész | ? | 62% | 52% | 53% | 42% | 51% | 54% |
| II.B rész | ? | 50% | 38% | 40% | 41% | 39% | 45% |
| Teljes | ? | 57,4% | 51,5% | 53,4% | 49,5% | 52,8% | 53,1% |

Középszint – összesítés

| | 2023 | 2022 | 2021 | 2020 | 2019 | 2018 | 2017 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| I. rész | 66% | 60% | 66% | 70% | 68% | 70% | 61% |
| II.A rész | 46% | 62% | 52% | 53% | 42% | 51% | 54% |
| II.B rész | 54% | 50% | 38% | 40% | 41% | 39% | 45% |
| Teljes | 54,8% | 57,4% | 51,5% | 53,4% | 49,5% | 52,8% | 53,1% |

- Átlagos I. rész
- Egyik leggyengébb II.A rész
- Minden idők legjobban sikerült II.B része

Önkéntes adatszolgáltatás 2023

Idén már hatodszor alkérdésenkénti (itemenkénti) adatgyűjtést (is) végeztünk.

Az iskolák választhattak, hogy **feladatonként** vagy **alkérdésenként** küldik az adatokat.

Az adatoknak középhalpon **21%**-át, emelt halpon **15%**-át kaptuk meg 06/28-ig (határidő: 07/05).

Ezen belül középhalpon az adatok **58%**-át, emelt halpon **78%**-át alkérdésenként kaptuk meg (tavaly 60%, ill. 68%).

Köszönjük!

Középszint – I. rész

| | | | |
|----|--|---|-----|
| 1 | árcsökkenett cipő | 2 | 93% |
| 2 | hétpontú teljes gráf élei | 2 | 76% |
| 3 | B komplementer és $A \setminus B$ megadása | 3 | 65% |
| 4 | gyök(x)-1 függvény ábrázolása | 2 | 51% |
| 5 | (420; 540) | 3 | 64% |
| 6 | AB vektor felírása | 2 | 54% |
| 7 | mértani sorozat első hat tagjának összege | 4 | 77% |
| 8 | háromjegyű számok különböző páratlan számjegyekből | 2 | 70% |
| 9 | "Minden út Rómába vezet" tagadása | 2 | 65% |
| 10 | f egyenes és $y=5$ egyenes metszéspontja | 2 | 58% |
| 11 | 1989 cm ³ térfogatú gömb sugara | 2 | 70% |
| 12 | $P(\text{kék kockával nagyobb, mint a pirossal})$ | 4 | 55% |

Középszint – IIA rész

| | | | | |
|------------|---|---|-----|-----|
| 13a | másodfokú fv, $f(1)=?$ | 2 | 63% | 50% |
| 13b | fv zérushelyei? | 4 | 47% | |
| 13c | fv szélsőérték helye és szélsőértéke | 3 | 61% | |
| 13d | fv értékkészlete | 2 | 28% | |
| 14a | rombusz oldalainak hossza 7,5 cm | 5 | 45% | 53% |
| 14b | rombusz szögei? | 4 | 53% | |
| 14c | rombusz területe hány százaléka a téglalapénak? | 4 | 65% | |
| 15a | évi 1%-os népességnövekedéssel 2100-ban? | 3 | 53% | 38% |
| 15b | évi 1%-os növekedéssel 12 milliárd? | 5 | 35% | |
| 15c | hány %-os növekedéssel lesz 10,35 mrd 2100-ban? | 4 | 33% | |

- 13, 14: átlagos eredményesség
- 15: a vártnál talán gyengébb eredmény (ld. 2024-es változások)

Középszint – IIB rész

KIHAGY

| | | | | | |
|-----|--|---|-----|-----|-----|
| 16a | hány % választotta a 18-as feladatot? | 4 | 50% | 60% | 5% |
| 16b | osztályzatok átlaga | 2 | 89% | | |
| 16c | osztályzatok módusza, mediánja, terjedelme | 3 | 78% | | |
| 16d | kördiagram | 4 | 72% | | |
| 16e | hányféleképpen választhatunk 8 dolgozatot? | 4 | 34% | | |
| 17a | trapézban A szög 60 fok | 3 | 69% | 57% | 42% |
| 17b | BD átló hossza | 3 | 65% | | |
| 17c | forgástest térfogata | 4 | 61% | | |
| 17d | olaszrizlingtőkék száma | 7 | 49% | | |
| 18a | szomszédsági gráf | 2 | 88% | 37% | 53% |
| 18b | egy öl hány méter? | 3 | 37% | | |
| 18c | $P(\text{Kovács és Szabó család is nyer})$ | 5 | 32% | | |
| 18d | egy telek kerülete | 7 | 28% | | |

- 16-os és 17-es minden idők legjobbjai között II.B részben
- Szépen működik a monoton csökkenés feladaton belül
- Az egyes feladatok kihagyásának aránya rendre: 5%, 42%, 53%

Középszint – a nem választott feladat

| Feladat | Megoldottság | Kihagyta | A kihagyók eredménye | | |
|---------|--------------|----------|----------------------|-----------------------|----------|
| | | | a közös részben | a választható részben | összesen |
| K 16 | 60% | 5% | 48,9 | 24,7 | 73,6 |
| K 17 | 57% | 42% | 29,9 | 14,8 | 44,7 |
| K 18 | 37% | 53% | 40,6 | 20,3 | 60,9 |

A leggyengébbek és a legjobbak választása

Középszint

A 20% alatt írók **2,5%**-a, a 90% fölött írók **17%**-a hagyta ki a 16. feladatot (a kihagyók harmada >90%).

A 20% alatt írók **59%**-a, a 90% fölött írók **18%**-a hagyta ki a 17. feladatot.

A 20% alatt írók **38,5%**-a, a 90% fölött írók **65%**-a hagyta ki a 18. feladatot.

Emelt szint

A 40% alatt írók közül (egyelőre 38 fő) **senki** nem hagyta ki a 6. feladatot.

Középszint – a nem választott feladat

Egy választható feladat megoldottságát erőteljesen befolyásolja a feladatot kihagyók összetétele.

A megoldottságot ezért érdemes korrigálni.

Normált megoldottság = (Tényleges megoldottság) x
(Az összes vizsgázó átlageredménye a közös
részben – 1-15. feladat) / (A feladatot megoldók
átlageredménye a közös részben)

| | 16. | 17. | 18. |
|-----------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Tényleges megoldottság | 59,9% | 57,1% | 37,2% |
| Normált megoldottság | 61,1% | 50,5% | 42,3% |

Emelt szint – összesítés

| | 2023 | 2022 | 2021 | 2020 | 2019 | 2018 | 2017 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| I. rész | 80% | 73% | 79% | 72% | 77% | 75% | 77% |
| II. rész | 71% | 71% | 64% | 62% | 63% | 70% | 63% |
| Teljes | 74,8% | 71,8% | 70,5% | 66,8% | 68,8% | 72,3% | 69,1% |

2012-től kezdve a legjobb!

Emelt szint – I. rész

| | | | | |
|-----------|--|---|-----|-----|
| 1a | logaritmikus egyenlet | 7 | 92% | 81% |
| 1b | trigonometrikus egyenlet | 7 | 73% | |
| 2a | üzemanyag-fogyasztás átszámolása | 4 | 87% | 79% |
| 2b | hányféle új rendszám? | 6 | 77% | |
| 2c | állítás tagadása | 2 | 71% | |
| 3a | kert kerülete és területe | 4 | 95% | 76% |
| 3b | kút mélysége | 3 | 91% | |
| 3c | hol metszi az egyenes az átlót | 6 | 56% | |
| 4a | számtani sorozat első tagja és differencia | 5 | 97% | 84% |
| 4b | mértani sorozat tagjainak száma | 7 | 75% | |

Minden feladat 76 és 84% között.

Emelt szint – II. rész

KIHAGY

| | | | | | |
|----|--|---|-----|-----|-----|
| 5a | melyik filmet nézik meg? | 2 | 99% | 72% | 14% |
| 5b | hányféleképpen lehet pontegyenlőség? | 3 | 86% | | |
| 5c | mi a valószínűsége a filmnézésnek? | 6 | 60% | | |
| 5d | a 83 értékelés szórása | 5 | 69% | | |
| 6a | doboz testátlóinak hossza | 3 | 87% | 74% | 5% |
| 6b | doboz hálójából hány % hulladék keletkezik | 5 | 92% | | |
| 6c | kartonlap méretezése | 8 | 61% | | |
| 7a | visszatevéses 15 elemű mintában 0 hibás | 3 | 76% | 71% | 20% |
| 7b | visszatevés nélküli 15 elemű mintában legalább 2 | 6 | 71% | | |
| 7c | kódolt selejtes termékek | 7 | 73% | | |
| 8a | $f(g(x))=g(f(x))$ | 7 | 81% | 69% | 27% |
| 8b | $2x-1$ integrálja a és b között | 4 | 84% | | |
| 8c | a és b értékének meghatározása | 5 | 46% | | |
| 9a | medence területe | 8 | 79% | 67% | 35% |
| 9b | két érintő metszéspontjának első koordinátája | 8 | 59% | | |

Minden feladat 67 és 74% között.
Megoldottság-kihagyás korreláció **-0,997**.

Emelt szint – a nem választott feladat

| Feladat | Megoldottság | Kihagyta | A kihagyók eredménye | | |
|---------|--------------|----------|----------------------|-----------------------|----------|
| | | | a közös részben | a választható részben | összesen |
| E 5 | 72% | 14% | 45,0 | 54,3 | 99,3 |
| E 6 | 74% | 5% | 46,6 | 55,5 | 102,1 |
| E 7 | 71% | 20% | 42,0 | 46,6 | 88,6 |
| E 8 | 69% | 27% | 38,2 | 41,4 | 79,6 |
| E 9 | 67% | 35% | 39,4 | 42,8 | 82,2 |

Fontos tudnivalók – mértékegységek

Before:

5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

After:

5. Ha az útmutatóban egy **megjegyzés** zárójelben szerepel, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. **Mértékegység hiánya** esetén csak akkor jár pontlevonás, ha a hiányzó mértékegység válaszból vagy mértékegység-átváltásban szerepel (zárójel nélkül).

Akkor mi is változott? És miért?

Mostantól az alapértelmezés: **csak válaszból vagy mértékegység-átváltásból** hiányzó mértékegység esetén jár pontlevonás (és akkor is csak abban az esetben, ha zárójel nélkül szerepel).

Megoldás „közben” nincs pontlevonás, és ennek érdekében nem kell „szétzárójelezni” az útmutatót.

(6. feladat) „Abban az esetben, ha az AB vektor helyett a BA vektor koordinátáit adta meg helyesen a tanuló, akkor adható e 1 pont?”

„A feladatra járó 2 pont az útmutató szerint bontható. Mivel az útmutató nem ad kifejezetten eligazítást arra nézve, hogy mire adható 1 pont, ennek mérlegelése a javító tanár kizárólagos joga és kötelessége.”

(...) „Ezt elvi vagy számolási hibaként kell tekinteni, vagyis 1 vagy 2 pont levonással kell járjon?”

„Annak eldöntése, hogy egy konkrét hiba elvi vagy számolási, a javító tanár joga és kötelessége.”

matematika@oh.gov.hu – 3 kérdés, 3 válasz

(17/c feladat) „A tanuló csonkakúp helyett csonkagúlával számol, a megadott trapézt a négyzet alapú csonkagúla oldallapjainak tekinti. Megadhatom-e neki a térfogatra járó 2 pontot, vagy ez elvi hibás?”

„A feladat lényegesen megváltozik: ha a feladat egy csonkakúp kiszámítását kéri, akkor egy csonkagúla térfogatának kiszámítására nem jár pont. Ebben az esetben pont kizárólag olyan elemekre adható, amelyek a feladat helyes megoldásában is megjelennek (ilyen lehet pl. a testmagasság helyes kiszámítása).”

A bizottság nem pontoz a javító tanár helyett!

Ami nem vezethető le egyértelműen az útmutatóból, annak eldöntése a javító tanár kizárólagos joga és kötelessége. Nincs „láthatatlan alkotmány”!

Tehát nem nagyon érdemes kérdezni, mert:

- lehet, hogy nem kapunk választ;
- lehet, hogy olyan választ kapunk, amit nem szerettünk volna (akár megadhatta volna a pontot a csonkagúlára, ha nem kérdezett volna).

Tessék bátran dönteni!

Probléma:

„Teljesen **követhetetlen** és **következetlen**,
hogy mikor kell ellenőrizni, és mikor nem
kell!”

Ellenőrzés

Emelt '22

1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a) $9^{x+1} + 15 \cdot 3^x = 6$

b) $\frac{1}{4} \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{8} = 0$

KELL

NEM KELL

2. a) Egy **számtani** sorozat első tagja 5, differenciája 3, az első n tag összege pedig 4900. Határozza meg n értékét!

b) Egy **mértani** sorozat első és második tagjának összege 6, harmadik és negyedik tagjának összege pedig 96. Adja meg a sorozat első tagját és hányadosát!

„Ki érti ezt? Ki érti ezt? Én nem.” (KFT)

Ellenőrzés

Alapelvek:

I. Minden egyenlet és egyenletrendszer minden megoldását ellenőrizni kell.

II. Minden szöveges feladat megoldását ellenőrizni kell.

III. A vizsgázó tevékenysége mögött érdemi munkának kell látszania, nem elég az ellenőrzés tényét jelezni

EII: ✓

Ellenőrzés a szöveg alapján:

$$50 \cdot 120 + 60 \cdot 330 = 25\,800 \text{ és}$$

$$50 \cdot 330 + 60 \cdot 120 = 23\,700.$$

Ellenőrzés

Funkciója:

Meggyőződni arról, hogy a kapott megoldás(ok) az eredeti egyenletnek (szöveges feladatnak) is megoldása(i)-e (nem kaptunk-e hamis gyököt).

Hibakeresés (számolási próba)?

Ellenőrzés

Hogyan?

I. Egyenlet(rendszer)nél

a) az alaphalmazon ekvivalens átalakításokra hivatkozással (persze csak ha tényleg ekvivalensek)

b) behelyettesítéssel

- Minden megoldást minden egyenletbe.
- És mi van a periódussal?

II.) Szöveges feladatnál

a feladat szövegébe történő behelyettesítéssel

| | |
|--|--------|
| A háromszög oldalai az első esetben 7, 7, 16 egység, a második esetben 13, 13, 4 egység. | 1 pont |
| Ellenőrzés: Az első eset nem lehetséges, mert nem teljesül a háromszög-egyenlőtlenség. A második eset lehetséges, mert teljesül a háromszög-egyenlőtlenség (és a szórás $\sqrt{\frac{3^2 + 3^2 + 6^2}{3}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ valóban). | 1 pont |

Ellenőrzés – GYIK

Ha mindig ellenőrizni kell, akkor miért nem kell mégsem mindig ellenőrizni?

- a) mert „túl egyszerű” a megoldandó egyenlet (1/b)
- b) mert az ellenőrzés nem lenne több, mint visszahelyettesítés a szövegből felírt egyenletbe (2/a)
- c) mert nem szeretnénk, ha 5-6 pontot érne az ellenőrzés egy 100 pontos dolgozatból

| | |
|---|--------|
| $(n \in \mathbb{Z}^+$ miatt) az n értéke 29 (ami valóban megfelel). | 1 pont |
|---|--------|

- d) mert nem szeretnénk, ha 99 (114) lenne a maxpont

| | |
|---|--------|
| Visszahelyettesítéssel $b = -0,2$, illetve $c = 16$ adódik. (Tehát $f_3(x) = 0,001x^2 - 0,2x + 16$, ami teljesíti mindhárom feltételt.) | 2 pont |
|---|--------|

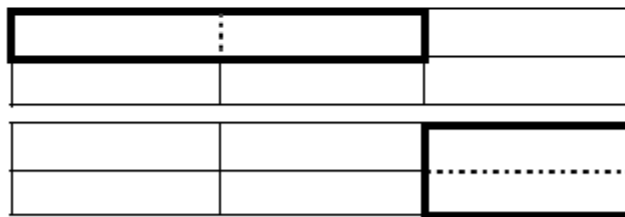
| | | |
|--|--------|---|
| Ellenőrzés: $72^2 + 73^2 = 10\,513$, $(-73)^2 + (-72)^2 = 10\,513$. | 1 pont | <i>Ez a pont akkor is jár, ha csak egy megoldást talál és ellenőriz a vizsgázó.</i> |
|--|--------|---|

Ellenőrzés – GYIK

Ha mindig ellenőrizni kell, akkor miért nem kell mégsem mindig ellenőrizni?

d) mert ha „eszközként” használjuk az egyenletet, akkor (hallgatólagosan) ez a tanári gyakorlat

Az alábbi ábra vázlatosan mutatja a 12 egybevágó, téglalap alakú telek elhelyezkedését. Végül a nyertesek közé bekerült két, egymással jó viszonyban lévő család, akik úgy döntöttek, hogy két szomszédos telket vesznek meg, és a két telek köré úgy építenek kerítést, hogy a két telket nem választják el egymástól kerítéssel. Tudjuk, hogy ha a két szomszédos telek a rövidebb oldalával csatlakozik egymáshoz, akkor 228 méter kerítésre, ha a hosszabb oldallal csatlakozik egymáshoz, akkor 156 méter kerítésre lesz szükségük összesen. (Az ábrán vastag vonallal jelöltük a kerítést a két esetben.)



Jelölje (méterben) egy telek rövidebb oldalát a , hosszabb oldalát b . Ekkor a feladat szövege alapján:

$$\left. \begin{array}{l} 2a + 4b = 228 \\ 4a + 2b = 156 \end{array} \right\}$$

d) Mekkora egy telek területe?

Ellenőrzés – GYIK

Kikötés és/vagy ellenőrzés?

A „kikötés” nem kötelező (de része lehet az ellenőrzésnek), az ellenőrzés igen.

| | | |
|---|--------|--|
| Értelmezési tartomány: \mathbf{R}^+ . | 1 pont | <i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel ellenőriz.</i> |
| A -3 nem eleme az értelmezési tartománynak, ezért nem megoldás. | 1 pont | <i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel ellenőriz.</i> |
| Az 1 eleme az értelmezési tartománynak, és (az értelmezési tartományon) ekvivalens átalakításokat végeztünk, tehát az 1 megoldás. | 1 pont | |

Egyenletrendszernél is lehet ekvivalens átalakításokra hivatkozni?

Hát...

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 0,7x + 0,2y = x \end{array} \right\}$$

| |
|-------------|
| $x = 0,4$ |
| $y = 0,6$ |
| Ellenőrzés. |

Ellenőrzés – GYIK

Mi van az irracionális gyökök közelítő ellenőrzésével?

EII: $1,99 \approx 2$ ✓

Ez valójában nem ellenőrzés.

Mi van az egyenlőtlenségekkel?

Azoknál miért nincs soha ellenőrzés?

| | |
|---|--------|
| $x < 2020$ | 1 pont |
| (Az értelmezési tartománnyal összevetve tehát) az egyenlőtlenség megoldása: $20 \leq x < 2020$. | 1 pont |

Ellenőrzés – GYIK

Ábráról leolvasás?

| | |
|-------------------------------------|--------|
| A grafikonokról leolvasva $x = 5$. | 1 pont |
| Ellenőrzés behelyettesítéssel. | 1 pont |

11. Az ábrák bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.

Rossz megoldás ellenőrzéséért jár pont?

Valószínűleg nem: lényegesen megváltozott a feladat.

Ellenőrzés – GYIK

Az már mi, hogy az egyik megoldás szerint kell ellenőrzés, a másik szerint nem?

13. Két társaság a városi állatkertbe látogat. Az egyik társaság 1 felnőtt- és 4 gyerekjegy után 4300 Ft-ot, a másik társaság 2 felnőtt- és 5 gyerekjegy után 6350 Ft-ot fizet a belépésért.

a) Számítsa ki a felnőtt- és a gyerekjegy árát!

| | |
|--|--------|
| 13. a) első megoldás | |
| (Jelölje a felnőttjegy árát forintban x , a gyerekjegy árát pedig y .) A szöveg alapján: $\begin{cases} x + 4y = 4300 \\ 2x + 5y = 6350. \end{cases}$ | 1 pont |
| Rendezve és megoldva: | 1 pont |
| $y = 750$ Ft egy gyerekjegy ára, | |
| $x = 1300$ Ft egy felnőttjegy ára. | 1 pont |
| Ellenőrzés a szöveg alapján: Egy felnőttjegy és négy gyerekjegy ára (1300 + 4 · 750 =) 4300 Ft, két felnőttjegy és öt gyerekjegy ára pedig (2 · 1300 + 5 · 750 =) 6350 Ft. | 1 pont |

| | |
|---|--------|
| 13. a) második megoldás | |
| Egy felnőtt- és egy gyerekjegy ára $6350 - 4300 = 2050$ Ft. | 2 pont |
| Egy felnőtt- és négy gyerekjegy 4300 Ft-ba kerül, így három gyerekjegy ára $4300 - 2050 = 2250$ Ft. | 2 pont |
| Egy gyerekjegy 750 Ft-ba kerül. | 1 pont |
| Egy felnőttjegy 1300 Ft-ba kerül. | 1 pont |

„Véleményem szerint mindkét módszer ugyanolyan mértékben kívánná meg az ellenőrzést. Így nem látom indokoltnak és a diákok felé kicsit igazságtalannak érzem, hogy valaki veszít pontot ellenőrzéshiány miatt, valaki pedig nem. Ezen okból kifolyólag azt szeretném kérni, hogy az első módszert alkalmazó diákok esetén is megadhassem a 6 pontot akkor is, ha a diák nem ellenőrzött.”

Ellenőrzés – GYIK

Az már mi, hogy az egyik megoldás szerint kell ellenőrzés, a másik szerint nem?

Mottó: Azért még senki nem veszített pontot, mert olyan feladatban ellenőrzött, ahol ezt az útmutató nem kérte/nem értékelte.

Reméljük legalábbis! 😊

Ellenőrzés

Bővebben:

Röviden: KöMaL 2015. október

<http://db.komal.hu/KomalHU/cikk.phtml?id=201813&shmath=1>

Hosszabban:

http://matek.fazekas.hu/index.php?option=com_content&view=article&id=296:ellenorzes-es-valasz&catid=34&Itemid=223

Bizonyítások a középszintű érettségin

RÉV módosítás:

| TÉMAK | VIZSGASZ |
|---|---|
| 1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában | Középszint |
| | típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, valamint egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani. Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis. Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását. |

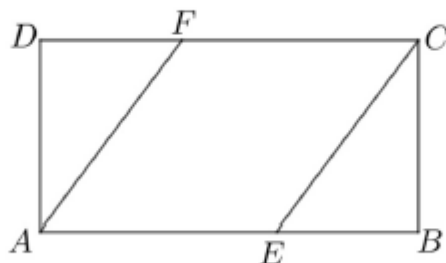
Most akkor tényleg lesznek bizonyítások?

Mi várható??

Bizonyítások a középszintű érettségien

Idén is volt bizonyítás! Hogyhogy?

14. Az $ABCD$ téglalap AB oldalának hossza 12 cm, a BC oldal hossza 6 cm. A téglalapba az $AECF$ rombuszt írjuk az ábrán látható módon (E az AB oldal, F a CD oldal egy pontja).



- a) Igazolja, hogy a rombusz oldalainak hossza 7,5 cm!

„Az idei középszintű matematika érettségiben két feladat is volt, amely úgy kezdődött, hogy "Igazold". (14/a és 17/a feladatok) (...) A NAT 2012, amely az idei érettségien hatályos, nem tartalmaz bizonyítást. Ilyen jellegű feladat 2005 óta nem szerepelt a középszintű érettségien, ezt a feladattípust a következő évtől vártuk.”

Mi a 2012-es NAT és a bizonyítás viszonya?

2.4. Gondolkodás

| 1–4. évfolyam | 5–8. évfolyam | | 9–12. évfolyam |
|---------------|---|---------------|----------------|
| | 5–6. évfolyam | 7–8. évfolyam | |
| | Következtetés további igazságokra (példák, ellenpéldák keresése, alkotása; egylépéses intuitív következtetés további állítások igazságára, amely még nem társul tudatos nyelvi megfogalmazással), ►► | | ►► bizonyítás. |
| | Általánosítás, specializálás, példák, ellenpéldák keresése, alkotása (az általános állítás igazolása következtetéssel; bizonyítás; cáfolás: a tévedés megmutatása ellenpéldával). | | |
| | Törekvés a saját gondolatok megértetésére (szóbeli érvelés: szemléletes indoklás; egyszerű bizonyítás; írásbeli érvelés: bizonyítás írásban, jelek használatával; sejtések megfogalmazása, sejtések megerősítése, elvetni tudása; a bizonyítás alapgondolatának kiemelése). | | |

Mi a 2012-es NAT és a bizonyítás viszonya?

Idézetek a 9-12. alap kerettantervből

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása).

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. **Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése.** Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért **a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra.** A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Bizonyítások a középszintű érettségin

Sőt, más „baj” is volt ezzel a feladattal.

| | |
|---|--------|
| 14. a) második megoldás | |
| Ha $AE = 7,5$ cm, akkor $EB = 12 - 7,5 = 4,5$ cm. | 1 pont |
| Mivel $4,5^2 + 6^2 = 7,5^2$, ezért ekkor $EC = 7,5$ cm valóban (tehát $AECF$ négyszög valóban egy $7,5$ cm oldalú rombusz). | 2 pont |
| Ha AE rövidebb (hosszabb) lenne, mint $7,5$ cm, akkor EB hosszabb (rövidebb) lenne, mint $4,5$ cm, így ekkor EC hosszabb (rövidebb) lenne, mint $7,5$ cm, tehát $AECF$ nem lenne rombusz. (Tehát a rombusz oldalhosszának az egyetlen lehetséges értéke valóban $7,5$ cm.) | 2 pont |
| Osszesen: | 5 pont |

„Szerencsésebb lett volna, ha a feladat kérdése arra utal, hogy a tanuló számolja ki a rombusz oldalának hosszát. Ekkor egyértelműen a megoldókulcs első megoldása jelentette volna az 5 pontot.

A kérdésben megadott oldal hosszának közlése miatt, több tanuló behelyettesítéssel ellenőrizte a rombusz oldalhosszának helyességét. Viszont a matematikát középszinten tanuló diákokban nincs meg az igény annak ellenőrzésére, hogy van-e más megoldása a feladatnak. Így többen az alábbi 2 pontot elvesztették.

Javasoljuk, fontolják meg a behelyettesítéssel történő megoldás teljes értékű elfogadását.”

Bizonyítások a középszintű érettségien

- Ez egy ál-bizonyítás volt (ezért nem ütközik a hatályos RÉV-be). Valójában meg kellett határozni a rombusz oldalának hosszát.
- De akkor miért úgy volt kitűzve, hogy „igazold, hogy 7,5 cm”?
- Csak a megelőző öt évben 8-10 hasonló feladat volt különböző középszintű feladatsorokban.
- Most akkor ez valóban hátrányosan érintette a vizsgázókat?

Nem, mert

- ugyan sokan lehettek, akik ezt a 2 pontot elvesztették;
- de megszerezhették az első 3 pontot, amire egyébként egy jelentős részük nem lett volna képes;
- lett bemenő adatuk a b) és c) feladatok megoldásához, amivel újabb 8 pont megszerzésére kaptak esélyt.

Szóval többet hozott, mint vitt!

Na de akkor is: **muszaj??** (8237 dolgozatból 5 pontos: **1161**, 4 pontos: **222**, 3 pontos: **3565**, 1-2 pontos: **977**, 0 pontos: **2312** db; **45%**)

A RÉV és a vizsgaleírás módosítása 2024-től

Érintőben (<https://ematlap.hu/>) 5 részes sorozat témakörönként

A legfontosabbak:

- Nem lesz középszinten mindenkinek szóbeli!
- Nem várható, hogy az írásbeli vizsgán tételek bizonyítása lenne a feladat.
- Emelt szint alapvetően nem változik.

A RÉV és a vizsgaleírás módosítása 2024-től

Ami középszinten újdonság:

- Pénzügyi feladatok nagyobb súllyal
 - Gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet
- Exponenciális folyamatok
 - Érdemi változás nem várható
- Statisztikai újdonságok
 - Kvartilisek, box-plot diagram
- Valószínűségszámítás
 - Geometriai valószínűség, várható érték

A RÉV és a vizsgaleírás módosítása 2024-től

Ami emelt szinten újdonság:

- Statisztika

- Tudjon adathalmazokat összehasonlítani sodrófadiagramok alapján.
- Tudjon választani az adathalmazt jól jellemző középértéket, és tudjon a választása mellett érvelni.
- Tudjon statisztikai adatokat értelmezni, értékelni, azokból tudjon statisztikai következtetéseket levonni.

Hasznos linkek

A 2012. május-júniusi érettségi feladatsor és az egyes feladatok mérésmethodikai vizsgálata

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_vizsgafeladatok_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/meresmethodika/Matematika.pdf

Érettségi vizsgatárgyak elemzése 2009-2012. tavaszi vizsgaidőszakok

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_vizsgatargyak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_vizsgatargyak_elemzese/matematika.pdf

A kétszintű érettségi rendszerrel kapcsolatos változtatási igények felmérése a gyakorlati tapasztalatok alapján

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/ketszintu_erettsegi_vizsgarendszer_tanari_tapasztalatok

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_konferencia2014/vitaindito_matematika.pptx

A közép- és emelt szintű értékelési skálák összehasonlítása

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_ertekelesi_skalak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/ertekelesi_skalak_osszehasonlitasa/ertekelesi_skalak_matematika.pdf

Hasznos linkek

Az ellenőrzés problémaköre az érettségin

http://matek.fazekas.hu/index.php?option=com_content&view=article&id=296:ellenorzes-es-valasz&catid=34&Itemid=223

(rövid kivonat: KöMaL, 2015. október)

RLV előadások

http://rlv.berzsenyi.hu/2015/Koncz_Csapodi.ppsx?attredirects=0&d=1 (2015)

<http://rlv.berzsenyi.hu/2016/Eredmenyeseg%20es%20sz%D0%B0mologep-haszn%D0%B0lat%20az%20Erettsegi%20vizsg%D0%B0n.ppsx?attredirects=0&d=1> (2016)

http://rlv.berzsenyi.hu/2017/Csapodi-Koncz_Matematikaerettsegi_RLV17_KL.ppsx (2017)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2018_Csapodi_Koncz.ppsx (2018)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2019_CsapodiCs-KonczL_Az%20erettsegirol%20erdekesen.ppsx (2019)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2021_eloadas_Koncz_Csapodi.ppsx (2021)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2022_eloadas_KonczL_vegleges.pps (2022)

Csaba Csapodi and Levente Koncz: The efficiency of written final exam questions in mathematics based on voluntary data reports, 2012–2015

Teaching Mathematics and Computer Science, 2016/14 p63-81)

http://tmcs.math.unideb.hu/load_doc.php?p=306&t=abs

A matematika érettségi vizsga elemzése 2005-2015 (Csapodi Csaba doktori értekezése)

<https://dea.lib.unideb.hu/dea/handle/2437/236563>

A háromszintű matematika érettségi – vitaindító az Érintőben

<https://ematlap.hu/tanora-szakkor-2022-19/1215-haromszintu-erettsegi-vitaindito>

Köszönjük a figyelmet!

www.arpadgimnazium.hu/rlv

csapodi.csaba@ttk.elte.hu

klevente1@gmail.com