

Az érettségiről érdekesen

Csapodi Csaba

ELTE TTK, Budapest

Koncz Levente

NKE Óbudai Árpád Gimnázium, Budapest

Rátz László Vándorgyűlés

Esztergom, 2026. július 8.

Amiről szó lesz

1. A matematikaérettségi eredményessége az önkéntes adatszolgáltatás alapján (2026)
2. A feladat, amire nem született (?) hibátlan megoldás
3. A feladatok magyarázó ereje – az eddigi legjobban és leggyengébben teljesítő feladatok
4. Egy-egy közép és emelt szintű feladat evolúciója
5. Személyes ügy

Önkéntes adatszolgáltatás 2026

Idén már kilencedszer alkérdésenkénti (ítemenkénti) adatgyűjtést (is) végeztünk.

Az iskolák választhattak, hogy **feladatonként** vagy **alkérdésenként** küldik az adatokat.

Az adatoknak közép szinten **31%**-át, emelt szinten **21%**-át kaptuk meg 07/03-ig (tavaly 35%, ill. 24%).

Ezen belül közép szinten az adatok **56%**-át, emelt szinten **58%**-át alkérdésenként kaptuk meg (tavaly 59%, ill. 63%).

Köszönjük!

Középszint – összesítés

	2026	2025	2024	2023	2022	2021	2020
I. rész	?	67%	68%	66%	60%	65%	70%
II.A rész	?	56%	51%	46%	62%	52%	53%
II.B rész	?	58%	46%	54%	50%	38%	40%
Teljes	?	59,7%	54,6%	54,9%	57,4%	50,7%	53,4%

Középszint – összesítés

	2026	2025	2024	2023	2022	2021	2020
I. rész	75,7%	67%	68%	66%	60%	65%	70%
II.A rész	59,1%	56%	51%	46%	62%	52%	53%
II.B rész	49,6%	58%	46%	54%	50%	38%	40%
Teljes	60,8%	59,7%	54,6%	54,9%	57,4%	50,7%	53,4%

Középszint – I. rész

1	B halmaz megadása	2	97%
2	ötponutú gráf rajzolása	2	83%
3	derékszögű háromszög befogója	2	88%
4	11-szög átlóinak száma	2	72%
5	2^x függvény grafikonja	2	76%
6	dobozdiagramról leolvasás	4	88%
7	hatványozás azonosságaival kitevő	2	83%
8	kör egyenletének felírása	2	57%
9	szinusztétel háromszögben	3	63%
10	két egyenlő abszolútértékű szám különbsége 6	2	62%
11	1, 2, 3, 4-ből háromjegyű, páratlan számok	3	76%
12	$P(\text{két dobókockával legalább 4 különbség})$	4	72%

Középszint – IIA rész

13a	másodfokú egyenlet	5	69%	61%
13b	szöveges feladat két pozitív számról	6	56%	
14a	Venn-diagramon satírozás, elemek	4	69%	66%
14b	halmazműveletekkel halmazt felírni	2	63%	
14c	$P(2\text{-vel osztható, } 3\text{-mal nem})$	4	58%	
14d	azonos számjegyekből álló háromjegyű szám	3	79%	
15a	másodfokú fv-ről három állítás	2	33%	50%
15b	f zérushelyei	4	58%	
15c	f értékkészlete	2	75%	
15d	két pont távolsága f grafikonján	4	43%	

Középszint – IIB rész

KIHAGY

16a	hány százalékban volt viharjelzés	4	80%	46%	64%
16b	egy viharjelzés átlagos ideje	3	47%		
16c	világítótorony magassága	3	52%		
16d	bevilágított terület nagysága	7	27%		
17a	megfelelő diagram kiválasztása	2	96%	54%	7%
17b	hány százalékkal csökkent a csapatok száma	2	72%		
17c	mikor éri el újra az 1800-at?	5	52%		
17d	kapu háló terület nagysága	3	60%		
17e	cserejátékosok	5	32%		
18a	kézipoggyász úrtartalma	2	64%	45%	29%
18b	esernyő nem fér el a poggyászban	3	46%		
18c	utasforgalom növekedése	4	59%		
18d	16 év alatti utasforgalom	3	45%		
18e	P(legfeljebb egy ül ablak mellett)	5	30%		

Középszint – IIB rész

 Adatbankok Magyar foci ▼ Külföldi foci ▼ Kézilabda ▼ Amerikai F1 Egyéni ▼ Csapat ▼ Galéria Belépés  Nemzeti Sportrádió 

Friss hírek napi bontásban Foci-vb-program Sportműsor Képes Sport Csúspasport Hátsó füves Utánpótlássport

A SZNOKERVILAG TRONJARA – PORTRÉ VU JI-CÖRÖL

Ronnie O'Sullivan mentorálja, játékát Stephen Hendryéhez és Paul Hunteréhez hasonlítják. A szülei rendkívüli áldozatokat hoztak az érdekében.



Labdarúgó NB I | 6 órája

AZ ÚJPEST ELNÖKE ÜZENT A FERENCVÁROS ELLENI DERBI UTÁN

„Nem tudunk és nem is akarunk elmenni a vasárnap a pályán, illetve a pályán kívül történtek mellett.”

FOCIVALOGATOTT KERET A JUNIOR MÉRKÖZÉSEK ELŐTT

Marco Rossi szövetségi kapitány a tervek szerint négy kapusnak és huszonöt mezőnyjátékosnak küld meghívót a finnek és a kazahok elleni meccsre.



Kézilabda | 8 órája

„A FÁJDALOM ELVISELHETETLENÉ VÁLT” – NŐI KÉZIVÁLOGATOTTUNK KULCSMERE A NEHÉZ PILLANATOKBAN MÁR LOS ANGELESRE GONDOL

INTERJÚ. A Romániában légióskodó, műtétből lábadozó Papp Nikolettával a kényszerű átigazolásokról, a mentett

A magyar válogatott az első és a harmadik negyedben is csak egy gólt kapott, miközben 14-et lőtt összesen.



Hátsó füves | 2 órája

ÉRETTSÉGI FELADAT LETT A HÁTSÓ FÜVES FUTBALLMENTŐ TÚRA

Az idei matematika érettségi egyik példája a falusi csapatok számának csökkenését és a civil „újraélesztő” kezdeményezést vette alapul.

Mai vezető szerkesztők

Vezető szerkesztő: Nedelykov Tamás (délelőtt), Végh János (délután)

Közösségi média: Kovács Attila (délután), Kőfalvi Dániel (délután)

Hirdetés

Még több sport



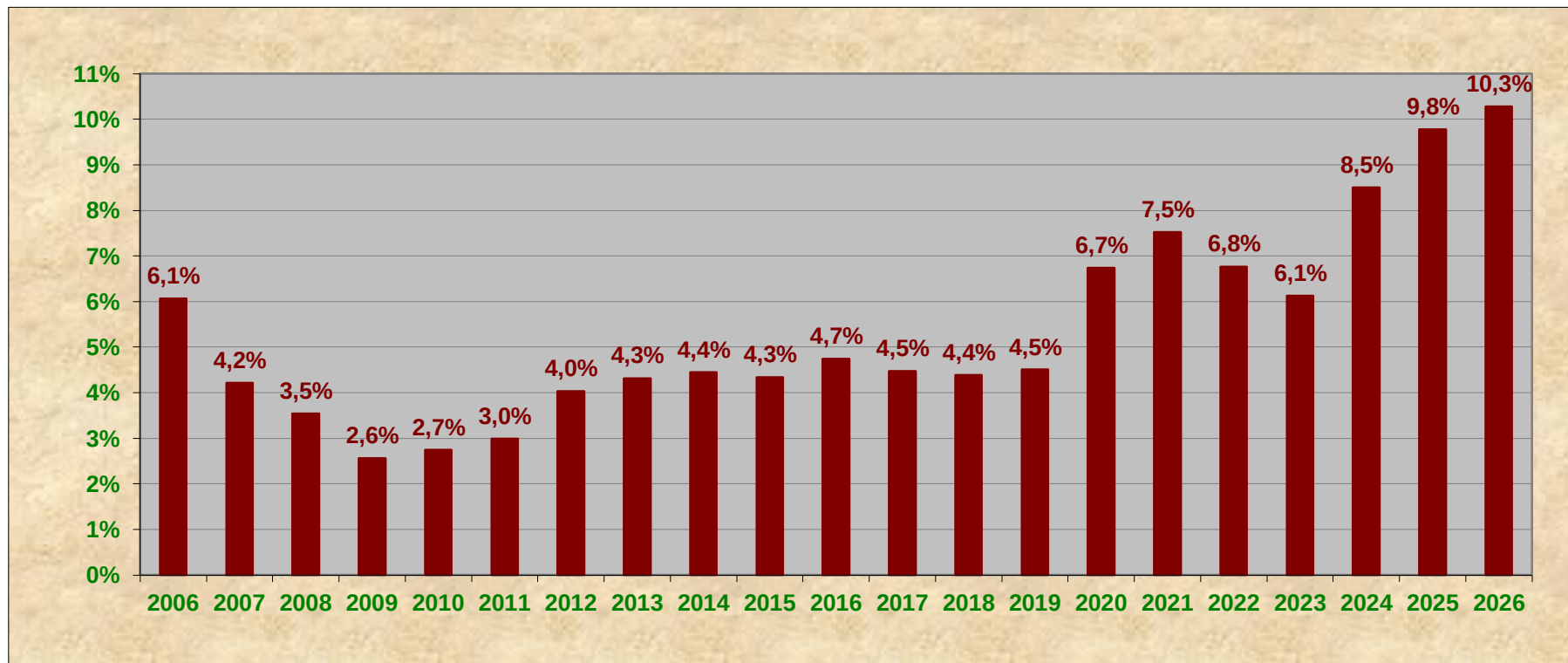
Foci vb 2026

LABDARÚGÓ-VII. ÁGRAINOKSÁG 2026

Középszint – a nem választott feladat

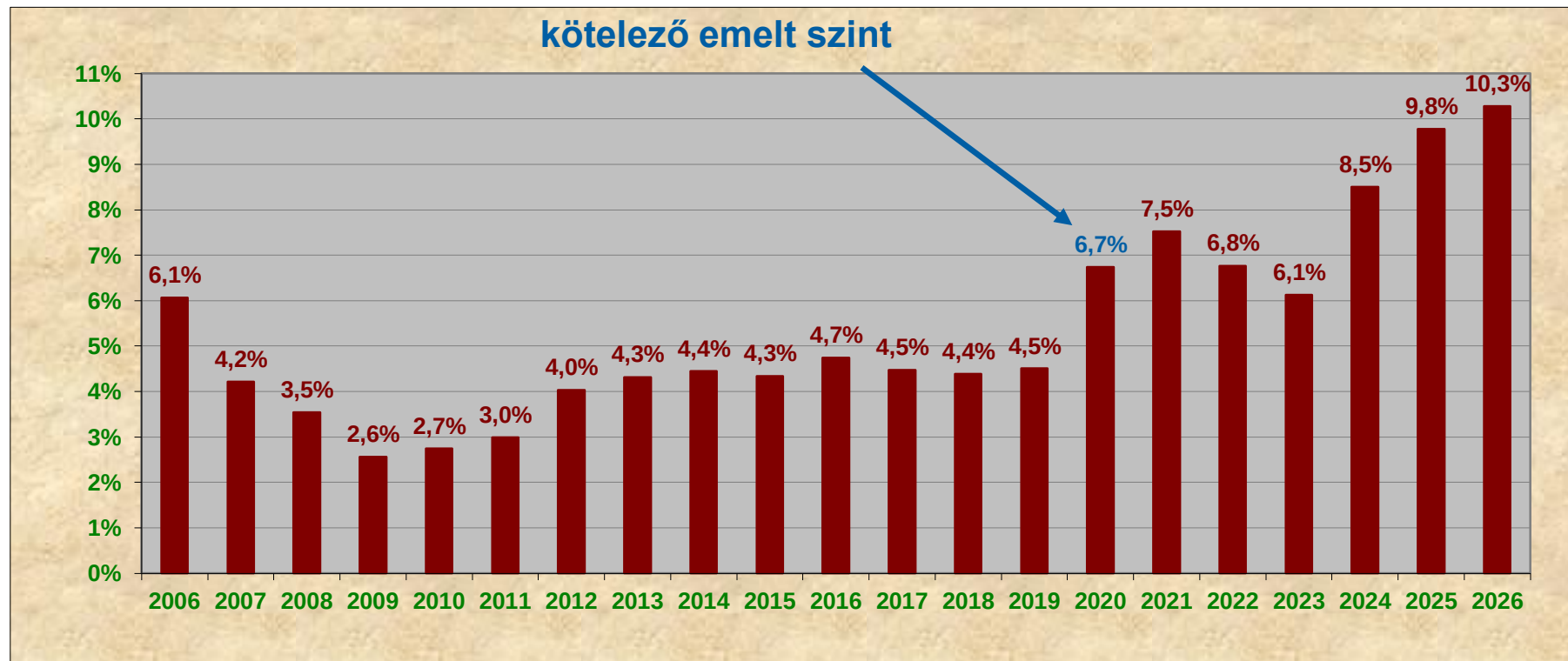
Feladat	Megoldottság (normált)	Kihagyta	A kihagyók eredménye		
			a közös részben	a választható részben	összesen
K 16	46% (46%)	64%	43,7	16,7	60,5
K 17	54% (55%)	7%	49,7	19,9	69,6
K 18	45% (45%)	29%	43,1	16,5	59,6

Emelt szint – összesítés



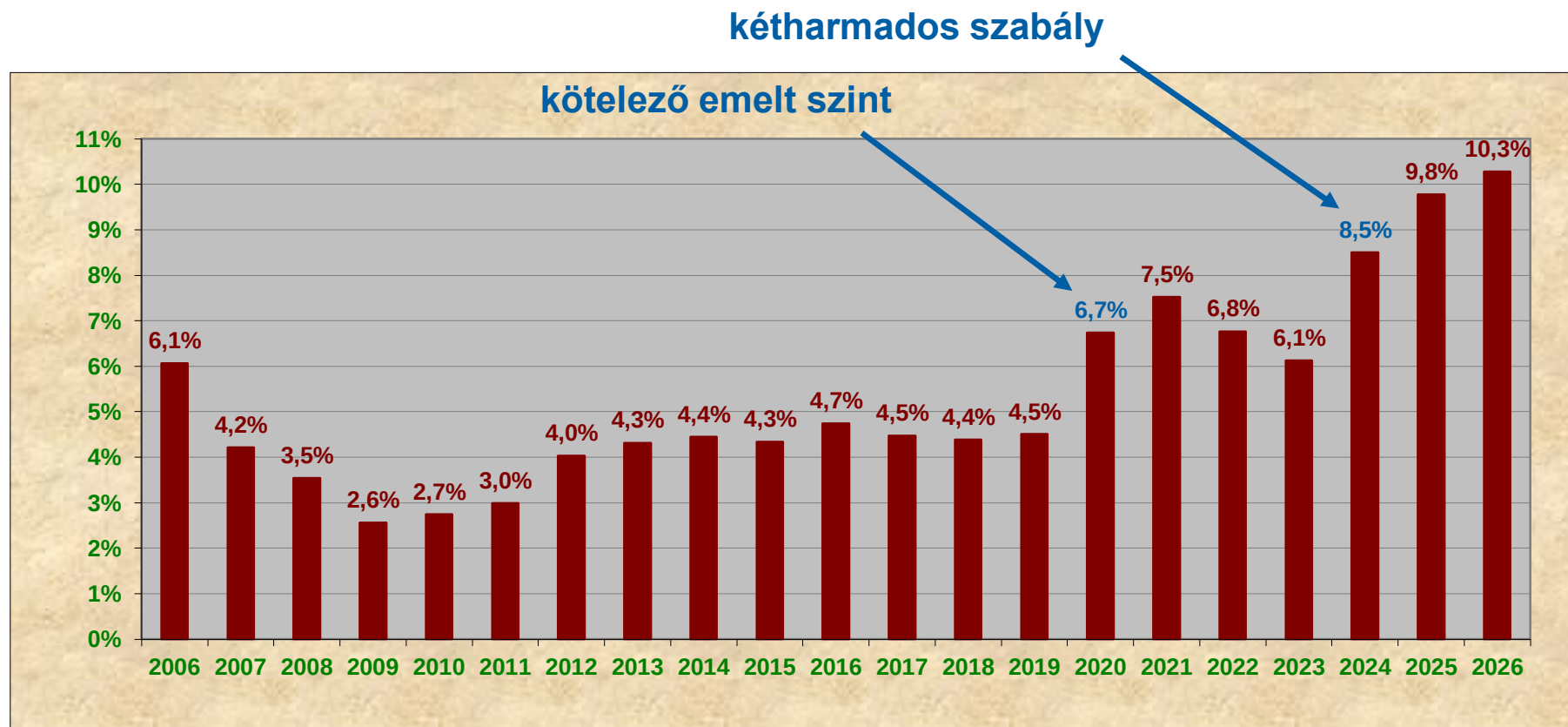
A májusban emelt szinten vizsgázók aránya matematikából (2007-2026)

Emelt szint – összesítés



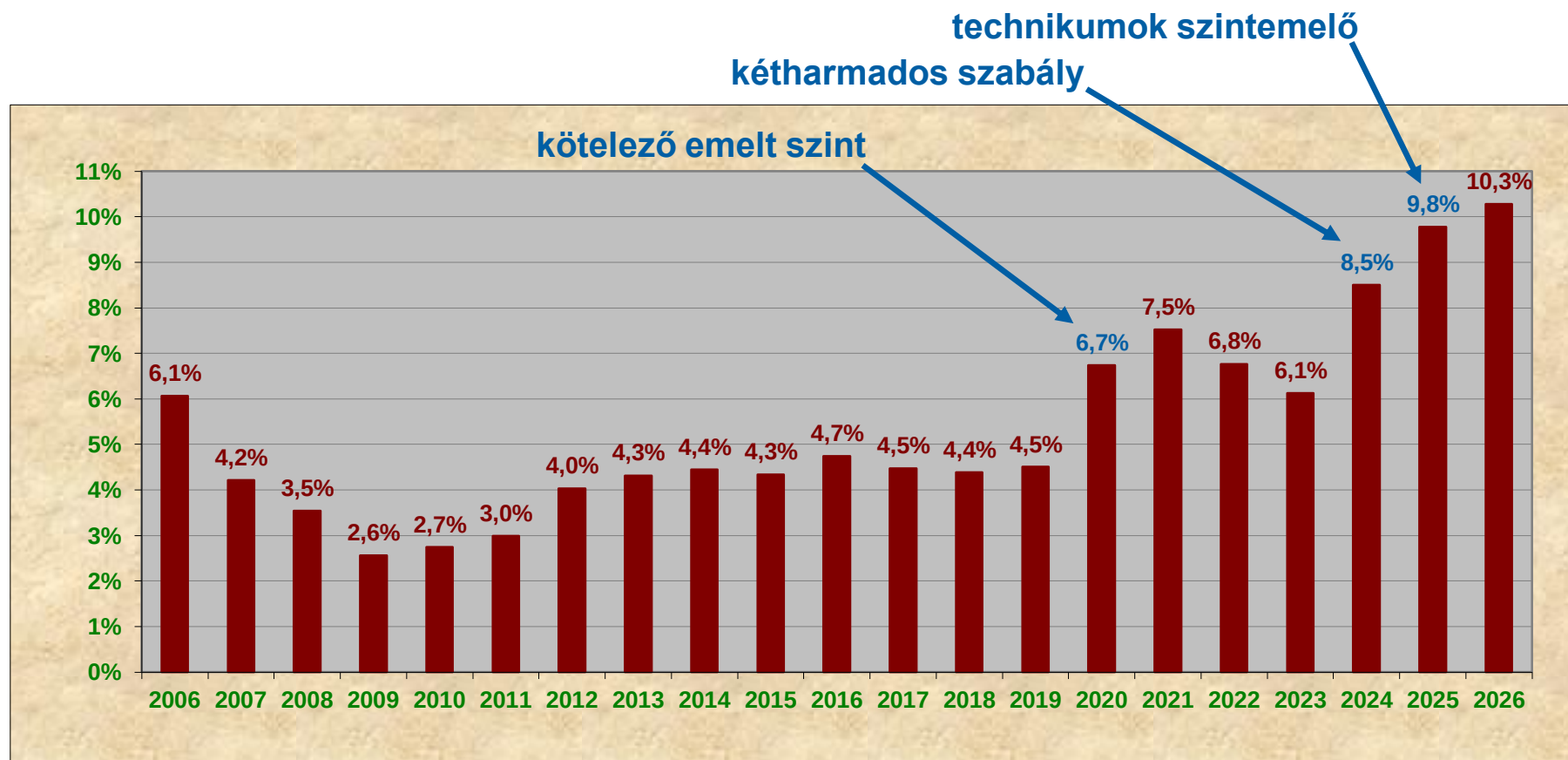
A májusban emelt szinten vizsgázók aránya matematikából (2007-2026)

Emelt szint – összesítés



A májusban emelt szinten vizsgázók aránya matematikából (2007-2026)

Emelt szint – összesítés



A májusban emelt szinten vizsgázók aránya matematikából (2007-2026)

Az emelt szintre migrálók mindkét szint átlagát csökkenthetik.

Emelt szint – összesítés

	2026	2025	2024	2023	2022	2021	2020
I. rész	71,3%	73%	68%	80%	74%	78%	72%
II. rész	72,6%	60%	72%	71%	71%	61%	62%
Teljes	72,0%	66,0%	70,1%	75,0%	72,2%	68,4%	66,8%

Emelt szint – I. rész

1a	másodfokú egyenlőtlenségrendszer	6	76%	73%
1b	alma-mandarin szöveges	8	68%	
2a	32g stroncium-90-ből mennyi maradt	3	97%	87%
2b	hány százalékkal csökken évente	3	72%	
2c	melyik évben került 50g stroncium-90 a légkörbe	5	90%	
3a	sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel nem osztható számok	5	68%	57%
3b	3 elemű részhalmazok, szorzat 2-vel osztható, de 4-gyel nem	4	37%	
3c	299 elemű részhalmazok, összeg páros	3	62%	
4a	koszinusztétellel $AB=65$ bizonyítása	2	94%	70%
4b	konkáv négyszög területe	5	91%	
4c	bicentrikus négyszög területképlete	5	44%	
4d	adott bicentrikus négyszög területe	2	57%	

Emelt szint – II. rész

KIHAGY

5a	számtani sorozat 3 tagjának szórása	3	74%	78%	8%
5b	számtani sorozat tagjainak száma	6	69%		
5c	számtani és harmonikus középből négyzetes	7	86%		
6a	gráfos igaz-hamis	3	61%	69%	26%
6b	állítás megfordítása	3	69%		
6c	tollaslabda-bajnokság Balázs-Attila	4	85%		
6d	két balkezes valószínűsége	6	59%		
7a	konkáv függvények kiválasztása	3	64%	65%	48%
7b	parabola alatti terület felezése	5	68%		
7c	paraméteres harmadfokú függvény	8	61%		
8a	körgyűrűcikk területe	3	78%	73%	7%
8b	nyeremény várható értéke	2	93%		
8c	P(6000 Ft nyeremény)	6	61%		
8d	valószínűség módosítása igazságossághoz	5	75%		
9a	akvárium térfogata	8	82%	75%	11%
9b	minimális felszínű nyitott téglatest	8	66%		

Emelt szint – a nem választott feladat

Feladat	Megoldottság (normált)	Kihagyta	A kihagyók eredménye		
			a közös részben	a választható részben	összesen
E 5	78% (77%)	8%	31,9	40,2	72,1
E 6	69% (71%)	26%	39,9	51,3	91,2
E 7	65% (63%)	48%	35,3	45,9	81,2
E 8	73% (73%)	7%	36,4	44,4	80,8
E 9	75% (75%)	11%	36,1	43,7	79,8

A feladat, amire nem született hibátlan megoldás

- 16.** Nagyobb hazai tavainkon a viharjelzési időszak április 1-én 0 órától október 31-én 24 óráig tart. A 2025-ös viharjelzési időszakban a statisztikák szerint a Balaton közép-ső medencéjére 147 alkalommal adtak ki elsőfokú viharjelzést, amelyek összesen 1319 órán át voltak érvényben, míg 115 alkalommal adtak ki másodfokú viharjelzést, amelyek összesen 668 órán át voltak érvényben.
- a) A 2025-ös viharjelzési időszak teljes időtartamának hány százalékában volt érvényben valamilyen (első- vagy másodfokú) viharjelzés a Balaton közép-ső medencéjében? (Az április, a június és a szeptember 30, a másik négy érintett hónap 31 napos.)

A feladat, amire nem született hibátlan megoldás

16. a)		
A viharjelzési időszak $3 \cdot 30 + 4 \cdot 31 = 214$ napig tart,	1 pont	
ez $214 \cdot 24 = 5136$ óra.	1 pont	
Ebből $(1319 + 668 =) 1987$ órán keresztül volt érvényben első- vagy másodfokú viharjelzés.	1 pont	
$\frac{1987}{5136} \approx 0,387$, tehát ez a teljes viharjelzési időszaknak a 38,7 százaléka.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

Mi lehet a hiba???

Október utolsó hétvégéjén óraátállítás van!

Helyesen: 5137 óra,

Így nem 38,69%, hanem csak 38,68%.

A feladatok magyarázó ereje

Definíció: A feladaton elért pontszám és az összpontszám korrelációja (illetve annak a négyzete). Alacsonyabb pontszámú feladat természetesen eleve rosszabb esélyekkel indul.

15 év alatt (2012-2026):

Középszint II. rész: 45 db 9-14 pontos feladat (II/A)
45 darab 17 pontos feladat (II/B)

Emelt szint: 60 db 9-15 pontos feladat (I. rész)
75 db 16 pontos feladat (II. rész)

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Középszint II. rész

1. 2021/17 (17p) (0,910) (51%)

- a) Az $x \mapsto mx + b$ lineáris függvény 1-hez 200-at, 21-hez pedig 5200-at rendel.
Adja meg m és b értékét!

Anna szeretne részt venni a Balaton-átúszáson, amelyhez két különböző 21 napos edzéstervet készít. Azt már elhatározta, hogy az első napon 200 métert, az utolsó, 21. napon pedig az átúszás teljes távját, 5200 métert úszik. Az egyik edzéstervben a napi úszásmennyiségek egy számtani sorozat egymást követő tagjai, a másik változatban pedig (jó közelítéssel) egy mértani sorozaté.

- b) A teljes felkészülés alatt összesen hány métert úszna Anna az egyik, illetve a másik változatban?

A 2020-as Balaton-átúszáson az indulók 36%-a volt nő, átlagéletkoruk 35 év. Az indulók 64%-a volt férfi, átlagéletkoruk 38 év.

- c) Mennyi volt ebben az évben az összes induló átlagéletkora?

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Középszint II. rész

2. 2023/17 (17p) (0,898046) (57%)

Az $ABCD$ trapéz AB alapja 24 cm, a többi oldala 12 cm hosszú.

- a) Igazolja, hogy a trapéz A csúcsánál lévő belső szög 60° -os!
- b) Számítsa ki a BD átló hosszát!

A trapézt megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.

- c) Számítsa ki a keletkező forgástest térfogatát!

Egy trapéz alakú területre szőlőt telepítettek, az első sorba 120 szőlőtőkét, az utolsóba 240-et. A második sortól kezdve minden sorba ugyanannyival több szőlőtőke került, mint az előzőbe. Összesen 7380 darab szőlőtőkét ültettek el.

- d) Az első 20 sorba kizárólag olaszrizlingtőke került, és máshova ebből a fajtából nem ültettek. Számítsa ki a telepített olaszrizlingtőkék számát!

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Középszint II. rész

3. 2024/16 (17p) (0,898044) (36%)

Péter matematikatanára az érettségire való felkészülés közben az egyik hétvégére – szorgalmi feladatként – négy függvény ábrázolását tűzte ki a diákoknak. Péter azt tervezi, hogy ezek közül legalább kettőt meg fog csinálni.

- a) Hányféleképpen választhat ki Péter a négy függvény közül **legalább** kettőt?
(Két kiválasztást különbözőnek tekintünk, ha van legalább egy olyan függvény, amelyik az egyik kiválasztásban szerepel, a másikban pedig nem.)

Egy (a derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolt) lineáris függvény grafikonja átmegy a (12; 7) és a (13; 9) pontokon.

- b) Adja meg a lineáris függvény hozzárendelési szabályát $x \mapsto mx + b$ alakban!
- c) Írja fel a (12; 7) középpontú, 15 egység sugarú kör egyenletét, és számítsa ki a kör és az y tengely metszéspontjainak koordinátáit!

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Középszint II. rész

10. 2018/15 (14p) (0,876) (46%) – a legjobb a II/A-ból

- a) Egy számtani sorozat negyedik tagja 4, tizenhatodik tagja -2 .
Számítsa ki a sorozat első 120 tagjának az összegét!
- b) Adott egy szakasz két végpontja: $A(0; 4)$ és $B(2; 3)$.
Írja fel az AB szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!
- c) Egy elsőfokú függvény a 0-hoz 4-et, a 2-höz 3-at rendel.
Írja fel a függvény hozzárendelési szabályát!

2021/17a (5p) (0,743) (35%) – $f(1) = 200$, $f(21) = 5200$

2024/16b (4p) (0,766) (43%) – $(12; 7)$ és $(13; 9)$

2018/15c (4p) (0,707) (39%) – $f(0) = 4$, $f(2) = 3$

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Emelt szint

1. 2026/7 (16p) (0,856) (65%)

a) Adja meg az alábbi függvények közül azoknak a betűjelét, amelyek konkávok a $]-\infty; 7[$ intervallumon! Válaszát **itt** nem kell indokolnia.

A) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto 7 - x^2$

B) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto x^3 - 7$

C) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \left(\frac{1}{7}\right)^x$

D) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto (x - 7)^3$

E) $\mathbf{R} \setminus \{7\} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \frac{1}{x - 7}$

Egy síkidomot az $y = x^2$ egyenletű parabola, az x tengely, valamint az $x = 1$ és az $x = 7$ egyenletű egyenesek határolnak.

b) Határozza meg annak az y tengellyel párhuzamos egyenesnek az egyenletét, amelyik a síkidom területét felezi!

A valós számok halmazán értelmezett $g(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ harmadfokú függvénynek $x = 1$ -ben és $x = 7$ -ben lokális szélsőértéke van, lokális maximumának értéke pedig 6.

c) Határozza meg a b , c és d paraméterek értékét!

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Emelt szint

2. 2012/7 (16p) (0,853) (60%)

Az $y = ax + b$ egyenletű egyenes illeszkedik a $(2; 6)$ pontra. Tudjuk, hogy $a < 0$. Jelölje az x tengely és az egyenes metszéspontját P , az y tengely és az egyenes metszéspontját pedig Q . Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyre az OPQ háromszög területe a legkisebb, és számítsa ki ezt a területet (O a koordináta-rendszer origóját jelöli)!

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Emelt szint

3. 2022/7 (16p) (0,848) (67%)

Flóra kétfajta lisztből süt kenyeret. A kenyérhez a recept alapján 5 : 4 arányban kell búzaliszt és rozsliszt. Eredetileg 450 gramm búzalisztet és 400 gramm rozslisztet kevert össze, de további, összesen 500 gramm liszt hozzáadásával sikerült elérnie a recept által előírt arányt.

a) A hozzáadott 500 gramm lisztből hány gramm volt a búzaliszt?

Ha egy cég x tonna lisztet állít elő egy nap alatt ($0 < x < 5$), és ezt a mennyiséget el is adja, akkor egy elemzés szerint a napi nyereség értékét az $n(x) = 0,8x^2(x-3)(1,5-x)$ képlet adja meg, a nyereséget tízezer tallérban számítva. (Negatív helyettesítési érték veszteséget jelent.)

b) Mutassa meg, hogy csak $1,5 < x < 3$ esetén nyereséges a napi termelés!

c) Hány tallér az elérhető legnagyobb napi nyereség, és ezt hány tonna liszt (előállítás és eladása) esetén érik el?

A feladatok magyarázó ereje – a legjobbak

Emelt szint

18. 2026/1 (14p) (0,813) (73%) – a legjobb I. rész

a) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenségrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 15 \leq (x - 2)^2 \\ 2x^2 - 9x - 18 \geq 0 \end{cases}$$

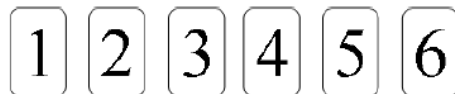
b) A piacon 1 kg alma és 1 kg mandarin ára összesen 14 peták. Döme 1 kg-mal több almát vásárolt, mint mandarint. Az almáért 21, a mandarinért 20 petákot fizetett. Hány kg almát vásárolt Döme, és hány petákba került 1 kg alma?

A feladatok magyarázó ereje – a leggyengébbek

Középszint II. rész

90. 2014/18 (17p) (0,652) (27%)

András és Péter „számkártyázik” egymással. A játék kezdetén mindkét fiúnál hat-hat lap van: az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártya. Egy mérkőzés hat csata megvívását jelenti, egy csata pedig abból áll, hogy András és Péter egyszerre helyez el az asztalon egy-egy számkártyát. A csatát az nyeri, aki a nagyobb értékű kártyát tette le. A nyertes elviszi mindkét kijátszott lapot. (Például ha András a 4-est, Péter a 2-est teszi le, akkor András viszi el ezt a két lapot.) Ha ugyanaz a szám szerepel a két kijátszott számkártyán, akkor a csata döntetlenre végződik. Ekkor mindketten egy-egy kártyát visznek el. Az elvitt kártyákat a játékosok maguk előtt helyezik el, ezeket a továbbiakban már nem játsszák ki.



- a) Hány kártya van Péter előtt az első mérkőzés után, ha András az 1, 2, 3, 4, 5, 6, Péter pedig a 2, 4, 5, 3, 1, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait?

A második mérkőzés során Péter az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait, és így összesen két lapot vitt el.

- b) Adjon meg egy lehetséges sorrendet, amelyben András kijátszhatta lapjait!

A harmadik mérkőzés hat csatája előtt András elhatározta, hogy az első csatában a 2-es, a másodikban a 3-as számkártyát teszi majd le, Péter pedig úgy döntött, hogy ő véletlenszerűen játssza ki a lapjait (alaposan megkeveri a hat kártyát, és mindig a felül lévő küldi csatába).

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az első két csatát Péter nyeri meg!

A negyedik mérkőzés előtt mindketten úgy döntöttek, hogy az egész mérkőzés során véletlenszerűen játsszák majd ki a lapjaikat. Az első három csata után Andrásnál a 3, 4, 6 számkártyák maradtak, Péternél pedig az 1, 5, 6 számkártyák.

- d) Adja meg annak a valószínűségét, hogy András az utolsó három csatából pontosan kettőt nyer meg!

A feladatok magyarázó ereje – a leggyengébbek

Középszint II. rész

89. 2012/16 (17p) (0,703) (61%)

Tekintsük a következő halmazokat:

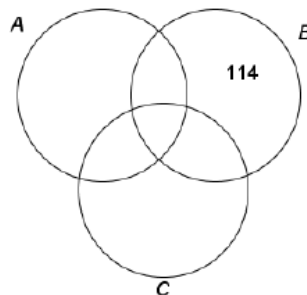
$A = \{\text{a } 100\text{-nál nem nagyobb pozitív egész számok}\};$

$B = \{\text{a } 300\text{-nál nem nagyobb } 3\text{-mal osztható pozitív egész számok}\};$

$C = \{\text{a } 400\text{-nál nem nagyobb } 4\text{-gyel osztható pozitív egész számok}\}.$

- a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába!

	<i>A halmaz</i>	<i>B halmaz</i>	<i>C halmaz</i>
114	<i>nem eleme</i>	<i>eleme</i>	<i>nem eleme</i>
52			
78			
124			
216			



- b) Határozza meg az $A \cap B \cap C$ halmaz elemszámát!
- c) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az A halmazból egy elemet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem eleme sem a B , sem a C halmaznak!

A feladatok magyarázó ereje – a leggyengébbek

Emelt szint

135. 2012/1 (11p) (0,490) (91%)

Egy 2011-ben készült statisztikai összehasonlításban az alábbiakat olvashattuk:

„Ha New York-ban az átlagfizetést és az átlagos árszínvonalat egyaránt 100%-nak vesszük, akkor Budapesten az átlagfizetés 23,6%, az átlagos árszínvonal pedig 70,9%. (Az árszínvonal számításához 122 áru és szolgáltatás árát hasonlították össze.)”¹

Feltételezve, hogy az idézet megállapításai igazak, válaszoljon az alábbi kérdésekre!

- a) Ha Budapesten a havi átlagfizetés 150 ezer forint, akkor hány dollár (\$) a havi átlagfizetés New York-ban, 190 forint/dollár (Ft/\$) árfolyammal számolva?
Válaszát egész dollárra kerekítve adja meg!
- b) Ha a New York-i havi átlagfizetésből egy bizonyos termékből 100 kg-ot vásárolhatunk New York-ban, akkor körülbelül hány kg-ot vásárolhatunk ugyanebből a termékből a budapesti havi átlagfizetésből Budapesten? (Feltehetjük, hogy a szóban forgó termék budapesti egységára 70,9%-a a termék New York-i egységárának.)

A feladatok magyarázó ereje – a leggyengébbek

Emelt szint

118. 2016/4 (14p) (0,655) (63%) – leggyengébb $\leq 70\%$

- a) A $PQRS$ húrnégyszöget a PR és a QS átlók megrajzolásával négy háromszögre bontottuk. Igazolja, hogy ezek közül a két-két szemközti háromszög hasonló egymáshoz!

Az $ABCD$ húrnégyszög AB oldala a négyszög körülírt körének egyik átmérője.
A négyszög BC oldala 3 cm, a CD oldala 5 cm hosszú, továbbá $BCD\angle = 120^\circ$.

- b) Számítsa ki a négyszög BD átlójának, AB oldalának és AD oldalának hosszát, valamint a négyszög többi szögét!

A 10 leggyengébb feladat mind 1-2. feladat,

A 17 leggyengébb feladat mind 75% feletti.

A feladatok magyarázó ereje

A korreláció korrelációja

A magyarázó erő korrelációja a feladat...

	Középszint	Emelt szint
...pontszámával	0,357	0,626
...megoldottságával	-0,107	-0,499
...évszámával	0,357	0,330

A feladatok magyarázó ereje

A korreláció korrelációja

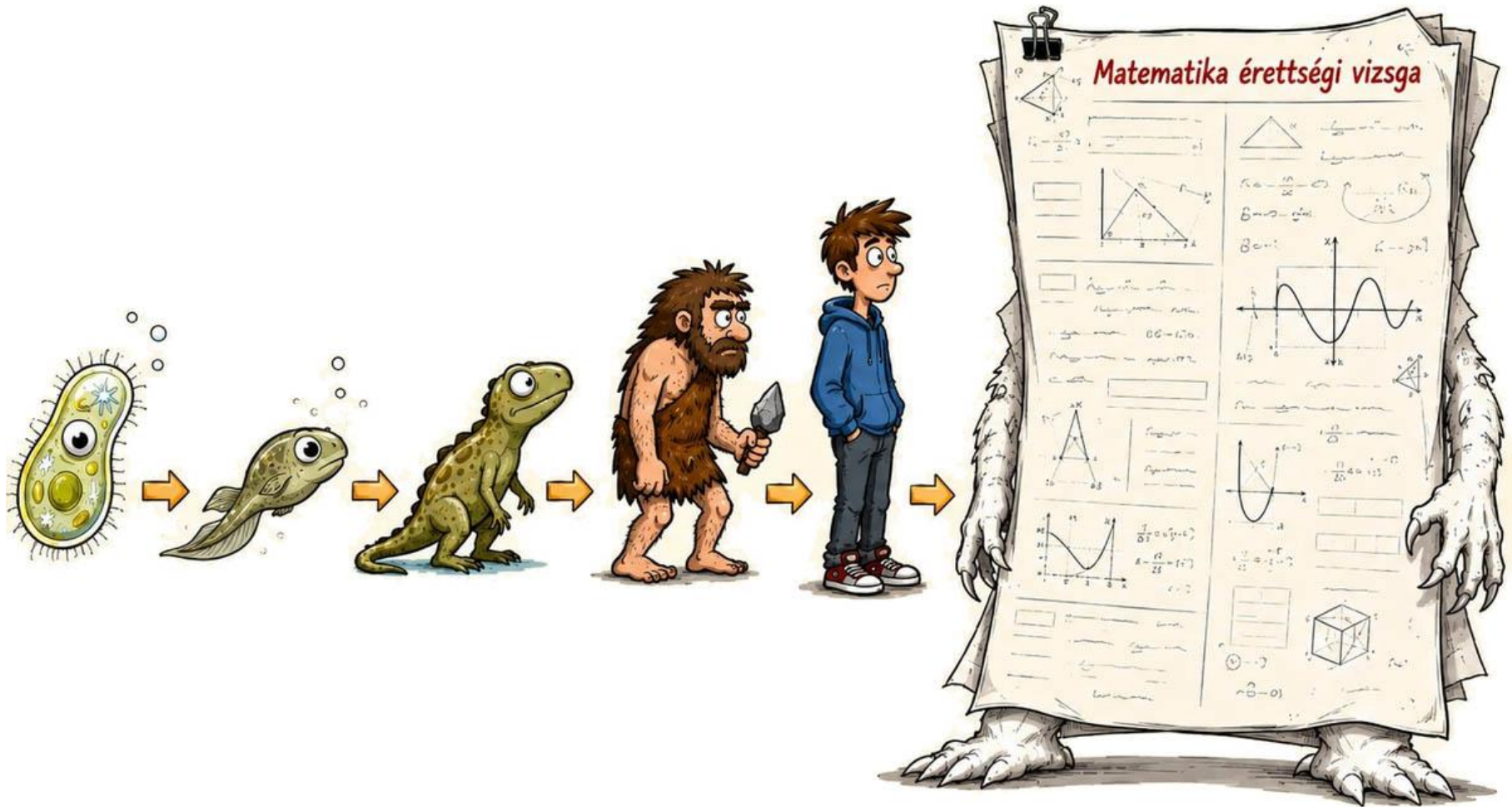
A „jól mérő feladat” tehát

- nem túl alacsony pontszámú
- nem túl magas megoldottságú (nem is túl alacsony)
- nem túl régi ☺

Témakörét, stílusát tekintve

- függvény, sorozat, koordináta-geometria inkább
- halmaz, oszthatóság, valszám kevésbé
- nem feleletválasztós (K 15/a: 0,161; 17/a: 0,171)

Egy feladat evolúciója



Egy feladat evolúciója – középszint

16. feladat 1.0

A tengeri világítótornyok fénye jó látási viszonyok között kb. 30 km-ig látható. Egy tengerpart mentén két szomszédos világítótorony távolsága 48 km.

d) Határozza meg annak a területnek a nagyságát a tengeren, ahonnan – jó látási viszonyok között – mindkét világítótorony fénye látható! (A tengerpartot tekintsük – jó közelítéssel – egyenesnek.)

Egy feladat evolúciója – középszint

16. feladat 2.0

Az Ír-tengerhez közeli Bidston Lighthouse nevű világítótorony egy hegy tetején áll, 3 km-re annak a tengernek a partjától, amit megvilágít. (Így a valaha működő világítótornyok közül ez található a legmesszebb a megvilágított tengertől.) A világítótorony fénye jó látási viszonyok között kb. 30 km-ig látható.

d) Határozza meg annak a területnek a nagyságát a tengeren, ahonnan egy, a tengerparttól 3 km-re található világítótorony fénye – jó látási viszonyok között – látható! (A tengerpartot tekintsük – jó közelítéssel – egyenesnek.)

Egy feladat evolúciója – középszint

16. feladat 3.0

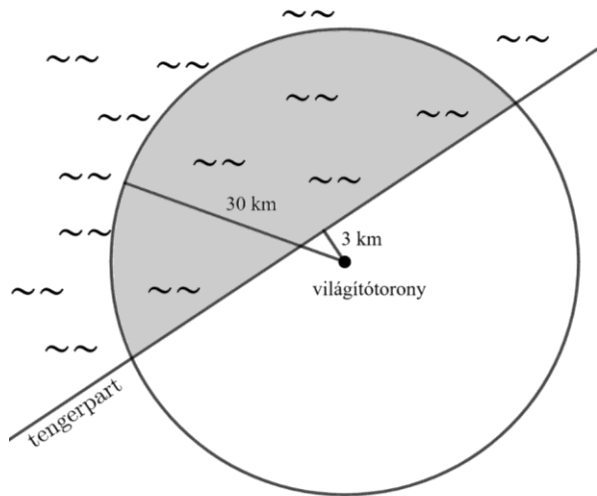
Az Ír-tengerhez közeli Bidston Lighthouse nevű világítótorony a tengerparttól 3 km-re található **a szárazföld belseje felé**. (Így a valaha működő világítótornyok közül ez található a legmesszebb a tengertől.) A világítótorony fénye jó látási viszonyok között kb. 30 km-ig látható.

d) Határozza meg annak a területnek a nagyságát a tengeren, ahonnan – jó látási viszonyok között – egy, a tengerparttól 3 km-re található világítótorony fénye látható! (**A Föld görbületétől tekintsünk el**. A tengerpartot – jó közelítéssel – tekinthetjük egyenesnek. Lásd az ábrát.)

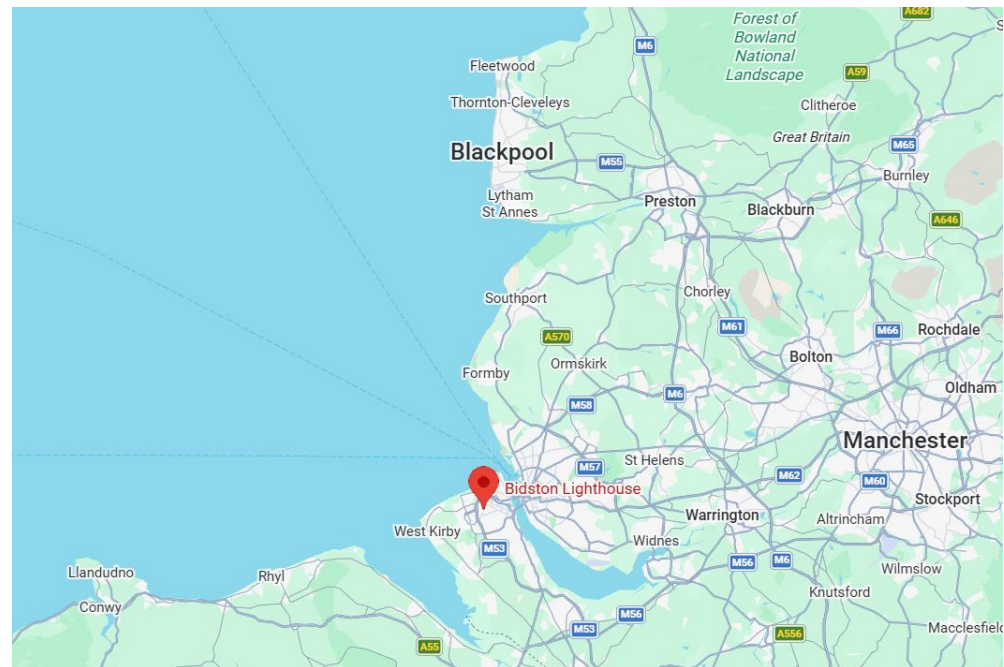
Egy feladat evolúciója – középszint

16. feladat 3.0

A modell:



A valóság:



Egy feladat evolúciója – középszint

18. feladat 1.0

Előfordul, hogy a repülőjáratokra jegyet váltó utasok közül – különböző okokból – néhányan végül visszalépnek az utazástól. Egy légitársaság statisztikái szerint ez átlagosan az utasok 2%-ával fordul elő. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy egy-egy utas esetén 0,02 a valószínűsége annak, hogy visszalép az utazástól.)

c) Egy repülőjáratra 120 jegyet adtak el. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a jegyet vásároló utasok közül legfeljebb egy lép vissza az utazástól!

Egy feladat evolúciója – középszint

18. feladat 2.0

Sokszor előfordul, hogy a repülőgépek késnek. Egy légitársaság statisztikái szerint egy adott útvonalon naponta egyszer közlekedő járat az esetek 20%-ában késik. (Ezt tekintjük úgy, hogy egy-egy napon 0,2 a valószínűsége annak, hogy a járat késik.)

e) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy ez a járat január első hetében legfeljebb egyszer késik!

Egy feladat evolúciója – középszint

18. feladat 3.0

Egy repülőjáraton 70 ülőhely van, ezek közül 35 ablak melletti. Az ülőhelyeket sorsolják az utasok között. Ezen a járaton utazik egy 3 fős család is.

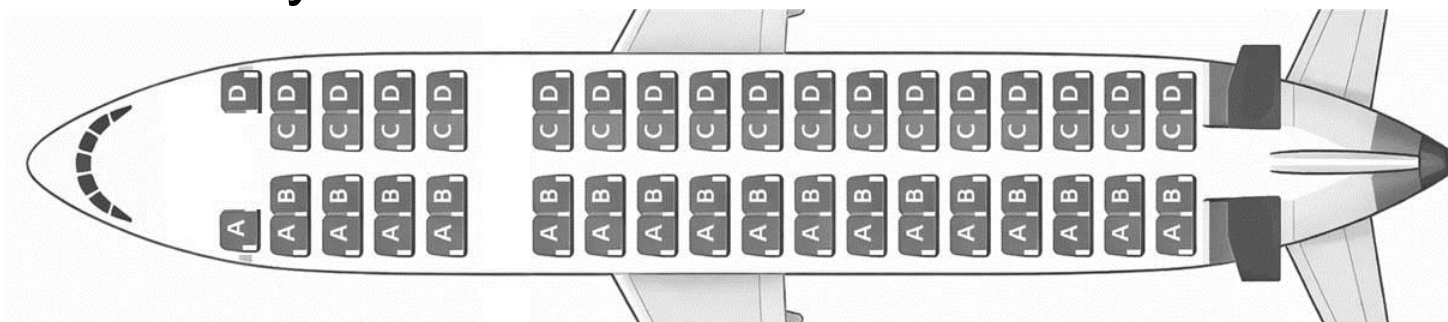
e) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a család 3 tagja közül legfeljebb az egyikük kap ablak melletti ülőhelyet!

Egy feladat evolúciója – középszint

18. feladat végleges

Egy repülőjáraton 70 ülőhely van, ezek közül **36** ablak melletti. Az ülőhelyeket sorsolják az utasok között. Ezen a járaton fog utazni egy 3 fős **baráti társaság** is.

e) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a baráti társaság 3 tagja közül legfeljebb az egyikük kap ablak melletti ülőhelyet!



Egy feladat evolúciója – emelt szint

3. feladat 1.0

Legyen H az 1000-nél nem nagyobb pozitív egész számok halmaza.

a) Hány olyan eleme van a H halmaznak, mely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel? (6 pont)

Az 1000 is felesleges „tekergetés” a feladat nehézségén.

Csökkentsük 300-ra (ami a 30 többszöröse).

3. feladatban bőven elég lenne a két halmazos logikai szita.

b) Hány olyan részhalmaza van a H halmaznak, melyben a számok szorzata osztható 2-vel, de 4-gyel nem? (Az eredményt elegendő szorzat alakban megadnia.) (5 pont)

Egyelemű halmazok problémája.

Nehéz! Kérdezzük csak 10 eleműre.

„Eleg szorzat alakban megadni” – problémás!

Egy feladat evolúciója – emelt szint

3. feladat 2.0

Legyen H a 300-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza.

a) Hány olyan eleme van a H halmaznak, mely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel? (6 pont)

b) Hány olyan 4 elemű részhalmaza van a H halmaznak, melyben a számok szorzata 2-vel osztható, de 4-gyel nem? ~~(Az eredményt elegendő szorzat alakban megadnia.)~~ (5 pont)

Ez inkább csak 4 pont, kellene egy c) rész!

Egy feladat evolúciója – emelt szint

3. feladat 2.1

Legyen H a 300-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza.

a) Hány olyan eleme van a H halmaznak, mely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel? (6 pont)

b) Hány olyan 4 elemű részhalmaza van a H halmaznak, melyben a számok szorzata 2-vel osztható, de 4-gyel nem? (4 pont)

c1) Igazolja, hogy nincs olyan páratlan négyzetszám, amelyhez 1-et hozzáadva 4-gyel osztható számot kapunk!

Elég ismert, és nincs köze az a-b) részekhez.

c2) Hány olyan kételemű részhalmaza van H -nak, amelyben az elemek összege páros?

Inkább 3 pontos.

c3) Hány olyan 299 elemű részhalmaza van H -nak, amelyben az elemek összege páros?

Szokatlan, ijesztő lehet, de valójában egyszerű.

Egy feladat evolúciója – emelt szint

3. feladat 3.0

Legyen H a 300-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza.

a) Hány olyan eleme van a H halmaznak, mely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel? (5 pont)

b) Hány olyan 4 elemű részhalmaza van a H halmaznak, melyben a számok szorzata 2-vel osztható, de 4-gyel nem? (4 pont)

c) Hány olyan 299 elemű részhalmaza van H -nak, amelyben az elemek összege páros? (3 pont)

Ez így összességében nem lett egy könnyű feladat! Viszonylag kevés pontért sokat kell dolgozni és közben még ötletek is kellenek, c)-t hagyjuk el, a pontjait osszuk szét.

Szokatlan a c), de mégis csak az a legkönnyebb, az elhagyása összességében nehezítést jelentene. Kis könnyítés, ha a b)-ben 3 elemű a részhalmaz, nagyobb könnyítés, ha 2 elemű. De még mindig inkább ez legyen, mint a c) elhagyása.

Egy feladat evolúciója – emelt szint

3. feladat 3.1 (végleges)

Legyen H a 300-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza.

- a) Hány olyan eleme van a H halmaznak, mely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel? (5 pont)
- b) Hány olyan **három**elemű részhalmaza van a H halmaznak, melyben a számok szorzata 2-vel osztható, de 4-gyel nem? (4 pont)
- c) Hány olyan 299 elemű részhalmaza van H -nak, amelyben az elemek összege páros? (3 pont)

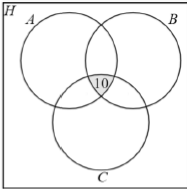
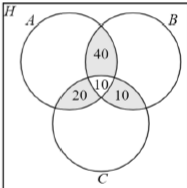
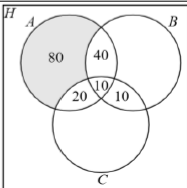
Megoldottság:

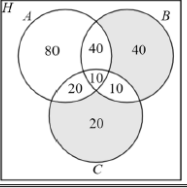
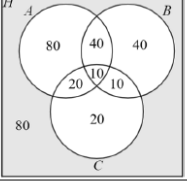
- a) 68%
- b) 37% (legalacsonyabb megoldottságú item)
- c) 62%

Összesen: **57%** (legalacsonyabb megoldottságú feladat)

Egy feladat evolúciója – emelt szint

3/a feladat – 2. megoldás

3. a) második megoldás		
Jelölje a (300-nál nem nagyobb) 2-vel osztható számok halmazát A, a 3-mal oszthatókat B, az 5-tel oszthatókat pedig C. 2-vel, 3-mal és 5-tel minden harmincadik szám, azaz 10 db osztható, ezért $A \cap B \cap C = 10$.	1 pont	
A csak 2-vel és 3-mal (de 5-tel nem) osztható számok száma: $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B - A \cap B \cap C) = 50 - 10 = 40$ db. Hasonlóan csak 2-vel és 5-tel (de 3-mal nem) osztható: $(A \cap C) \setminus B = 30 - 10 = 20$ db, csak 3-mal és 5-tel (de 2-vel nem) osztható: $(B \cap C) \setminus A = 20 - 10 = 10$ db szám.	1 pont	
A csak 2-vel (de 3-mal és 5-tel nem) osztható számok száma: $A \setminus (B \cup C) = (A - (A \cap B) \setminus C - (A \cap C) \setminus B - A \cap B \cap C) = 150 - 40 - 20 - 10 = 80$.	1 pont	

Hasonlóan csak 3-mal osztható: $B \setminus (A \cup C) = 100 - 40 - 10 - 10 = 40$ db, csak 5-tel osztható: $C \setminus (A \cup B) = 60 - 20 - 10 - 10 = 20$ db szám.	1 pont	
Így $(300 - 10 - 40 - 20 - 10 - 80 - 40 - 20 =)$ 80 db olyan szám van, amely sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel nem osztható.	1 pont	
Összesen:		5 pont

Megjegyzés: Ha a vizsgázó helyesen kitöltött Venn-diagram alapján jól válaszol, akkor a teljes pontszám jár.

Kicsit erős 1 pontok...

A bal oldal valójában a Venn-diagram kitöltésének módját írja le. 4 pont van a diagram kitöltésére, és az rendben is van. Inkább az a probléma, hogy valóban riasztóan néz ki a bal oldal, miközben szinte indoklás nélkül is megkaphatók a pontok.

Egy feladat evolúciója – emelt szint

3/a feladat – 2. megoldás

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó további indoklás nélkül, helyesen kitöltött Venn-diagram alapján jól válaszol, akkor legfeljebb **3/4** pontot kaphat.*

4, bár akár 5 pont is lehetne, mert aki jól kitölti, az pontosan érti és éppen azt csinálja, amit ez a megoldás, csak nem írja le a triviális gondolatokat, ami rutin ebben a környezetben. Ha azt akarjuk üzenni, hogy le kell írni, akkor legyen 3 pont (ez inkább „szívatus”), ha még jófejek is vagyunk, akkor 4 pont.

Igen, valójában nem lenne teljesen ördögtől való elfogadni max pontért sem a jól kitöltött Venn-diagramot. A gond az, hogy ha mégsem max pont, hanem 1-2 pont veszteség, akkor mire adjuk meg azt a hiányzó 1-2 pontot? Ha indokolni akarnánk bármit, az ugyanis csak igen hosszadalmas tud lenni (ld. fent).

Megjegyzés: Ha a vizsgázó helyesen kitöltött Venn-diagram alapján jól válaszol, akkor a teljes pontszám jár.

Egy személyes ügy

- 2011-2026
- 94 feladatsor
- Már a szakdolgozatom is
- Doktori értekezés
- Kutatások, cikkek, javaslatok
- 2015 óta a Vándorgyűlésen
- Nehéz munka, de mindenképpen megérte!

Hasznos linkek

A 2012. május-júniusi érettségi feladatsor és az egyes feladatok mérésmethodikai vizsgálata

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_vizsgafeladatok_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/meresmethodika/Matematika.pdf

Érettségi vizsgatárgyak elemzése 2009-2012. tavaszi vizsgaidőszakok

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_vizsgatargyak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_vizsgatargyak_elemzese/matematika.pdf

A kétszintű érettségi rendszerrel kapcsolatos változtatási igények felmérése a gyakorlati tapasztalatok alapján

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/ketszintu_erettsegi_vizsgarendszer_tanari_tapasztalatok

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_konferencia2014/vitaindito_matematika.pptx

A közép- és emelt szintű értékelési skálák összehasonlítása

http://www.oktatas.hu/kozneveles/projektek/tamop318_minosegfejl/projekthirek/erettsegi_ertekelesi_skalak_elemzese

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/ertekelesi_skalak_osszehasonlitas/ertekelesi_skalak_matematika.pdf

Az ellenőrzés problémaköre az érettségiben

http://matek.fazekas.hu/index.php?option=com_content&view=article&id=296:ellenorzes-es-valasz&catid=34&Itemid=223 (rövid kivonat: KöMaL, 2015. október)

Hasznos linkek

RLV előadások

http://rlv.berzsenyi.hu/2015/Koncz_Csapodi.ppsx?attredirects=0&d=1 (2015)

<http://rlv.berzsenyi.hu/2016/Eredmenyesseg%20es%20sz%D0%B0mologep-haszn%D0%B0lat%20az%20Erettsegi%20vizsg%D0%B0n.ppsx?attredirects=0&d=1> (2016)

http://rlv.berzsenyi.hu/2017/Csapodi-Koncz_Matematikaerettsegi_RLV17_KL.ppsx (2017)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2018_Csapodi_Koncz.ppsx (2018)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2019_CsapodiCs-KonczL_Az%20erettsegirol%20erdekesen.ppsx (2019)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2021_eloadas_Koncz_Csapodi.ppsx (2021)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2022_eloadas_KonczL_vegleges.pps (2022)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2023_eloadas_CsapodiCs_KonczL.pdf (2023)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2024_Csapodi_Koncz_Erettsegirol_erdekesen.pdf (2024)

https://www.bolyai.hu/files/RLV_2025_Csapodi_Csaba_Koncz_Levente.pdf (2025)

Csaba Csapodi and Levente Koncz: The efficiency of written final exam questions in mathematics based on voluntary data reports, 2012–2015

http://tmcs.math.unideb.hu/load_doc.php?p=306&t=absT (Teaching Mathematics and Computer Science, 2016/14)

A matematika érettségi vizsga elemzése 2005-2015 (Csapodi Csaba doktori értekezése)

<https://dea.lib.unideb.hu/dea/handle/2437/236563>

A háromszintű matematika érettségi – vitaindító az Érintőben

<https://ematlap.hu/tanora-szakkor-2022-19/1215-haromszintu-erettsegi-vitaindito>

A fűrészfog-eloszlás a matematika érettségi vizsga pontszámaiban, avagy mennyire engedékenyek a javítótanárok a ponthatár körül (Csapodi Csaba-Csíkos Csaba-Koncz Levente)

<https://www.magyarpedagogia.hu/index.php/magyarpedagogia/issue/view/116/6> (Magyar Pedagógia 2024/2)

Köszönjük a figyelmet!

www.arpadgimnazium.hu/rlv

csapodi.csaba@gmail.com

klevante1@gmail.com