

Matematika háziverseny 11-12. évfolyam

2020. I. forduló

Teljes pontszám csak az alaposan és érthetően indokolt megoldásokért jár. Minden feladat megoldását külön A5-ös méretű lapra írd! Az Árpád Napokon megrendezésre kerülő III. fordulóban azok indulhatnak majd, akik az első vagy a második fordulóban eredményesen szerepeltek.

Beadási határidő: **2020. október 19. hétfő**

1.

Határozzuk meg az a és b egész számok értékét, ha

$$-85 + \frac{6}{2 - \sqrt{7}} - \frac{12\sqrt{7}}{1 + \sqrt{7}} + 17\sqrt{7} = a + b\sqrt{7}$$

2.

Szerkesszük meg a háromszöget, ha adott a kerülete és két szöge.

A szerkesztés beadható hagyományosan (körző-vonalzóval elkészítve), illetve GeoGebrával is. A GeoGebrás szerkesztés esetén a kiindulási adatokat csúszkával vegyük fel: pl. k szám: 5-15 tartományban; α és β szög: 0° - 180° tartományban. A kész munkát tisztázzuk le, kapcsoljuk ki a segédvonalak láthatóságát!

<https://wiki.geogebra.org/hu/K%C3%A9zik%C3%B6nyv>

3.

Valamely urnában 6 piros, továbbá több fehér és fekete golyó van. Annak a valószínűsége, hogy az urnából fehér vagy fekete golyót veszünk ki $\frac{3}{4}$, annak a valószínűsége pedig, hogy fekete vagy piros golyót húzunk ki $\frac{1}{2}$. Hány fehér és hány fekete golyó van az urnában?

4. (a, c, d osztályosoknak)

Egy 100 m oldalú négyzet alakú füves rét egyik sarkába kikötöttük a kecskénket egy olyan hosszú kötéllel, hogy a kecske a rét felét leleghesse. A szomszéd az átellenes csúcshoz kötötte kutyáját, de megkértük: olyan hosszú kötéllel kösse ki, hogy a kutya ne érhesse el a kecskénket. Milyen hosszú lehet a kutya kötele?

4. (b osztályosoknak)

Határozzuk meg az $f(x) = \frac{3x^2+5x-2}{x^2-x-6}$ függvény minimális és maximális értékét a $[4; 6]$ intervallumon.